

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 1

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Pengertian Logika

Logika adalah aturan-aturan/prinsip-prinsip yang memisahkan secara tegas antara penalaran yang salah dan yang benar.

B. Pernyataan

Pernyataan adalah kalimat yang bernilai salah atau benar tetapi tidak kedua-duanya pada saat yang bersamaan. Pernyataan terbagi menjadi dua, yaitu pernyataan sederhana (tunggal) dan pernyataan majemuk (Konjungsi, Disjungsi, Implikasi, Biimplikasi). Pernyataan dinyatakan dengan huruf kecil.

Contoh :

Manakah yang merupakan pernyataan :

1. p : Semua sapi adalah pemakan rumput
2. q : 2 adalah bilangan ganjil
3. r : Siapa orang itu?
4. s : $2x = 10$

C. Nilai Kebenaran

Nilai Kebenaraan ($\tau(p)$) adalah kebenaran/kesalahan sebuah pernyataan. Pada umumnya huruf B untuk menyatakan pernyataan yang bernilai benar, dan huruf S untuk menyatakan pernyataan yang bernilai salah.

Contoh :

$$p : 7 + 11 = 20 \quad \text{maka } \tau(p) = S$$

$$q : (x - 1)^2 = (1 - x)^2 \quad \text{maka } \tau(q) = B$$

D. Konjungsi

Operasi Konjungsi berfungsi menggabungkan 2 pernyataan tunggal sehingga menjadi pernyataan majemuk, yang dihubungkan dengan kata “dan”. Konjungsi antara pernyataan p dan q dinyatakan dengan “ $p \wedge q$ ”.

Tabel kebenarannya :

P	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Contoh :

p : Persegi mempunyai 4 titik sudut

$$\tau(p) = B$$

q : Persegi mempunyai 4 sisi yang sisinya sama panjang

$$\tau(q) = B$$

$p \wedge q$: Persegi mempunyai 4 titik sudut dan sisi yang sama panjang $\tau(q) (p \wedge q) = B$

E. Disjungsi

Pernyataan majemuk yang terdiri dari 2 pernyataan tunggal yang dihubungkan dengan kata “atau”. Disjungsi antara pernyataan p dan q dinyatakan dengan “ $p \vee q$ ”.

Tabel kebenarannya :

P	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

D. Implikasi

Pernyataan implikasi/kondisional adalah pernyataan majemuk yang dihubungkan dengan kata “jika.....maka.....”. Implikasi dari pernyataan p dan q dinyatakan dengan “ $p \rightarrow q$ ”.

Tabel kebenarannya :

P	q	$P \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

F. Biimplikasi

Pernyataan majemuk yang dihubungkan dengan kata "...jika dan hanya jika...".

Biimplikasi dari pernyataan p dan q dinyatakan dengan " $p \Leftrightarrow q$ ".

Tabel kebenarannya :

P	q	$P \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 2
Pokok Bahasan : Pengertian Himpunan, Jenis-Jenis Himpunan, Relasi antar Himpunan, Diagram Himpunan

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Pengertian Himpunan

Himpunan adalah kumpulan benda-benda real atau abstrak yang didefinisikan dengan jelas.

Contoh :

1. Kumpulan binatang berkaki empat
2. Kumpulan bilangan 1,2,3,4 dan 5
3. Kumpulan lukisan yang indah dalam sebuah pameran
4. Kumpulan makanan yang lezat di kantin

(1) dan (2) merupakan contoh himpunan yang benar

(3) dan (4) bukan contoh himpunan

B. Deskripsi Himpunan

- Nama himpunan biasanya ditulis dengan huruf besar “(A, B, C, dsb)”.
- Anggota himpunan biasanya ditulis dengan huruf kecil dan antar anggota dipisahkan dengan koma “{a, b, c, dsb}”.
- Lambang himpunan biasanya dilambangkan dengan “{ }”.
- Anggota suatu himpunan biasanya dilambangkan dengan “ $\in$ ”.
- Banyaknya anggota suatu himpunan biasanya dilambangkan dengan “ $n(A)$ ”

C. Cara Penulisan Himpunan

1. Cara Pendaftaran, yaitu dengan cara menuliskan anggotanya satu persatu.

Contoh : $A = \{a, b, c, d, e, \dots\}$

2. Cara Rule, yaitu dengan cara menuliskan keanggotaannya.

Contoh : $B = \{\text{faktor dari } 15\}$

3. Cara Notasi pembentuk himpunan.

Contoh : $M = \{x | x = n^2, n < 6, n \in N\}$

D. Jenis-Jenis Himpunan

1. Himpunan Kosong, yaitu suatu himpunan yang tidak mempunyai anggota, dan dinotasikan dengan $\emptyset$ atau $\{ \}$. Bila anggotanya benar-benar tidak ada, maka kumpulan

itu termasuk himpunan kosong. Bila anggotanya tidak jelas, atau tidak dapat dibedakan apakah termasuk anggotanya atau tidak, maka kumpulan tersebut bukanlah himpunan.

Contoh :

- A adalah himpunan mahasiswa STKIP Siliwangi yang berusia 10 tahun
- B adalah himpunan bilangan asli yang lebih kecil dari 1

2. Himpunan Semesta, yaitu suatu himpunan yang memuat semua anggota yang sedang dibicarakan, dan dinotasikan dengan “S” atau “U”.

Contoh:

- Misalkan $A = \{2,3,5,7\}$. Himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan tersebut adalah $S = \{\text{bilangan prima}\}$
- Misalkan $B = \{\text{Suryana, Regina, Nurul, Teguh}\}$. Himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan tersebut adalah $S = \{\text{mahasiswa pendidikan matematika 2012 kelas B4}\}$.

3. Himpunan Terhingga dan Tak Terhingga. Himpunan terhingga (finite set/terbatas) yaitu himpunan yang jumlah anggotanya terhingga. Himpunan tak terhingga (infinite set/tdk terbatas) yaitu himpunan yang jumlah anggotanya tak terhingga.

Contoh:

- Bila A sebuah himpunan terhingga, maka A dapat dinyatakan dengan $A = \{1,2,3,\dots,99\}$.
- Misalkan B sebuah himpunan tak terhingga dapat ditulis dengan $B = \{6,7,8,\dots\}$.

4. Himpunan Lepas dan Himpunan Berpotongan. Himpunan Lepas yaitu bila setiap anggota himpunan yang satu tidak ada yang sama dengan anggota himpunan lainnya, dinotasikan dengan A/B .

Contoh:

Jika $A = \{\text{konsonan dalam abjad}\}$ $B = \{\text{vokal dalam abjad}\}$

A dan B merupakan himpunan yang saling lepas satu sama lainnya (A/B)

Himpunan Berpotongan yaitu bila terdapat anggota persekutuan antara himpunan-himpunan tersebut, dinotasikan dengan $\emptyset$.

Contoh:

Jika $A = \{\text{bilangan Asli}\}$ $B = \{\text{bilangan prima}\}$

A dan B merupakan himpunan yang saling berpotongan satu sama lainnya.

E. Relasi Antar Himpunan

1. Himpunan Sama

Himpunan A dan B disebut sama bila kedua himpunan memiliki anggota yang persis sama, tanpa melihat urutannya. Dinotasikan dengan $A=B$

Contoh:

Jika $A = \{1,2,3\}$ $B = \{2,3,1\}$

Maka $A = B$, karena setiap anggota A ada pada B , dan setiap anggota B termasuk anggota A .

Contoh:

Jika $P = \{\text{menteri-menteri di Indonesia}\}$ $Q = \{\text{bilangan asli} < 5\}$

Maka $P \neq Q$, karena anggota P tidak merupakan anggota Q , dan begitu sebaliknya.

2. Himpunan Ekuivalen

Dua buah himpunan disebut ekuivalen bila banyaknya anggota himpunan-himpunan tersebut sama, dinotasikan dengan $A \sim B$. Atau $A \sim B$ jika $n(A)=n(B)$

Contoh:

Jika $A = \{u, n, g, u\}$ $B = \{n, o, a, h\}$

$A \sim B$, karena $n(A) = n(B)$

3. Himpunan bagian

Himpunan A dikatakan himpunan bagian dari B , jika dan hanya jika setiap elemen di A merupakan elemen di B atau setiap anggota A termasuk anggota B .

(Teorema)

(a). A adalah himpunan bagian dari A itu sendiri ($A \subseteq A$)

(b). Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari A ($\emptyset \subseteq A$)

(c). Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

4. Himpunan Kuasa (Power Set)

Himpunan kuasa yaitu suatu himpunan yang anggotanya merupakan himpunan bagian dari sebuah himpunan. Dinotasikan dengan 2^A atau $P(A)$

Contoh:

- Jika $A = \{1,2\}$ maka $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$.

-Jika $B = \{1,2,3\}$ maka

$P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

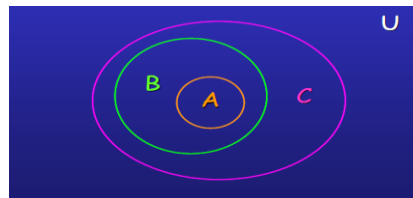
F. Diagram Himpunan

1. Diagram Venn

Kelebihan: lebih mudah menggambarkan himpunan dan hubungannya antara himpunan yang satu dengan himpunan yang lainnya. Kekurangan: tidak dapat menjelaskan keterurutan yang terdapat dalam himpunan tersebut.

Contoh:

Misalkan U merupakan himpunan semesta. Selain itu diketahui $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, maka diagram venn nya adalah :



2. Diagram Garis

Kelebihan: Gambar mudah dibaca dan relasi antar himpunan dengan himpunan yang lainnya sangat mudah diketahui. Kekurangan: Hanya dapat digunakan bila himpunan yang satu merupakan himpunan bagian dari yang lainnya.

Contoh:

Jika $A \subseteq B$, maka diagram garisnya adalah :



3. Diagram Cartess

Digunakan untuk menggambarkan suatu himpunan bilangan dan sifat urutan yang terdapat di dalamnya. Biasanya untuk melukiskan himpunan-himpunannya dengan menggunakan garis lurus. Titik 0 (nol) sebagai titik asal, dan ruas garis sebagai satuannya.

Untuk melukiskan suatu interval, yaitu dengan menebalkan ruas garis yang sesuai. Jika awal atau akhir dari ruas garis tersebut tidak masuk, maka awal atau akhir dari ruas garis itu ditandai dengan bulatan berlubang atau dengan kurung buka/tutup.

Jika awal atau akhir dari ruas garis tersebut termasuk, maka awal atau akhir dari ruas garis itu ditandai dengan bulatan tak berlubang atau dengan kurung siku buka/tutup.

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika

Kode Mata Kuliah : MT323

Jumlah SKS : 3
 Pertemuan ke : 3
 Pokok Bahasan : Tabel Nilai Kebenaran Pernyataan Majemuk, Tautologi, Kontradiksi, Kontingen, Pernyataan-pernyataan Ekuivalen

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. A. Menentukan Nilai Kebenaran Pernyataan Majemuk dengan Tabel Kebenaran

Dari pernyataan-pernyataan tunggal p , q , r , . . . dan dengan menggunakan operasi-operasi pernyataan negasi ($\sim$), konjungsi ($\wedge$), disjungsi ($\vee$), implikasi ($\Rightarrow$) dan biimplikasi ($\Leftrightarrow$) dapat disusun suatu pernyataan majemuk yang lebih rumit.

Contoh : 1) $\sim(p \vee \sim q)$
 2) $\sim[p \wedge (p \Rightarrow q)]$
 3) $[(p \vee q) \Rightarrow r]$

Nilai kebenaran pernyataan majemuk seperti itu dapat ditentukan dengan menggunakan pertolongan tabel kebenaran dasar untuk negasi, konjungsi, disjungsi, implikasi dan biimplikasi yang telah dibahas di depan. Untuk memahami cara-cara menentukan nilai kebenaran pernyataan majemuk yang lebih rumit, perhatikan contoh berikut :

Contoh :

Tentukan nilai kebenaran pernyataan majemuk $\sim(p \vee \sim q)$.

Jawab :

P	q	$\sim q$	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee \sim q)$.
B	B	S	B	S
B	S	B	B	S
S	B	S	S	B
S	S	B	B	S

Jadi nilai kebenaran pernyataan majemuk $\sim(p \vee \sim q)$ adalah S S B S. Begitu juga dengan pernyataan majemuk yang lainnya.

B. Tautologi, Kontradiksi, Kontingen

Tautologi adalah pernyataan yang semua nilai kebenarannya bernilai Benar tanpa memandang nilai-nilai kebenaran komponen-komponen pembentuknya.

Kontradiksi adalah pernyataan yang semua nilai kebenarannya bernilai Salah tanpa memandang nilai-nilai kebenaran komponen-komponen pembentuknya.

Kontingen adalah pernyataan yang nilai kebenarannya kumpulan dari nilai Benar dan Salah/ di luar tautologi dan kontradiksi.

Contoh :

- Buatlah tabel kebenaran untuk membuktikan bahwa $p \vee \sim p$ merupakan tautologi
- Buktikan apakah $[(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \vee r)] \rightarrow \sim(p \rightarrow r)$ merupakan tautologi
- Buktikan apakah $\sim((\sim p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow \sim q) \wedge r)$ merupakan tautologi

C. Pernyataan Ekuivalen

Dua buah pernyataan disebut ekuivalen satu sama lain secara logis bila nilai kebenaran kedua pernyataan itu sama.

Notasi : $p \equiv q$ jika $\tau(p) = \tau(q)$

Contoh ;

- Periksalah apakah kedua pernyataan ini ekuivalen (gunakan tabel kebenaran)

$$\begin{array}{ll} (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) & \text{dan} \quad (p \leftrightarrow q) \\ p \rightarrow \sim(q \rightarrow r) & \text{dan} \quad (p \wedge q) \rightarrow r \end{array}$$

Contoh :

Buktikan bahwa :

Pernyataan implikasi (kondisional) $\equiv$ Kontrapositif

Pernyataan invers $\equiv$ Konvers

HAND OUT PERKULIAHAN

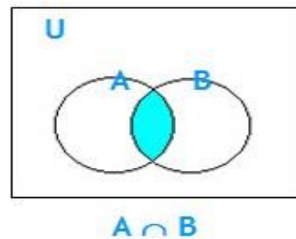
Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323

Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 4
Pokok Bahasan : Operasi Pada Himpunan, Hukum-Hukum Himpunan

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Irisan (*intersection*)

Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$



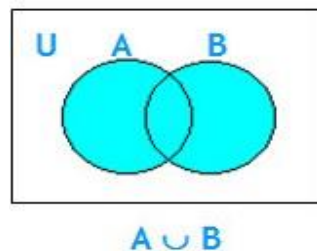
Contoh :

- Jika $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$ dan $B = \{ 4, 10, 14, 18 \}$, maka $A \cap B = \{ 4, 10 \}$
- Jika $A = \{ 3, 5, 9 \}$ dan $B = \{ -2, 6 \}$, maka $A \cap B = \emptyset$

Artinya: $A // B$

B. Gabungan (*union*)

Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$

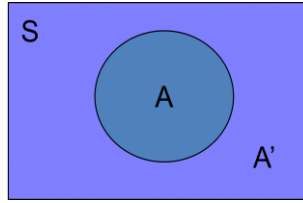


Contoh :

- Jika $A = \{ 2, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 7, 5, 22 \}$, maka $A \cup B = \{ 2, 5, 7, 8, 22 \}$
- $A \cup \emptyset = A$

C. Komplemen (*complement*)

Notasi : $A' = \{ x \mid x \in U, x \notin A \}$



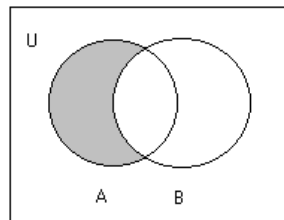
Contoh :

Misalkan $S = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$

Jika $A = \{3, 5\}$ maka $A' = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$

D. Selisih (*difference*)

Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \}$



Contoh :

- Jika $A = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$ dan $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$, maka $A - B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ dan $B - A = \emptyset$
- $\{ 1, 3, 5 \} - \{ 1, 2, 3 \} = \{ 5 \}$, tetapi $\{ 1, 2, 3 \} - \{ 1, 3, 5 \} = \{ 2 \}$

E. Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

Notasi : $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

Contoh :

Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$, maka $A \oplus B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

F. Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

Notasi : $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B\}$

Contoh :

- Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka
 $C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$

- Misalkan $A = B =$ himpunan semua bilangan riil, maka
 $A \times B =$ himpunan semua titik di bidang datar

Catatan:

1. Jika A dan B merupakan himpunan berhingga, maka: $|A \times B| = |A| \cdot |B|$
2. Pasangan berurutan (a, b) berbeda dengan (b, a) , dengan kata lain $(a, b) \neq (b, a)$
3. Perkalian kartesian tidak komutatif, yaitu $A \times B \neq B \times A$ dengan syarat A atau B tidak kosong
4. Jika $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$, maka $A \times B = B \times A = \emptyset$

G. Perampatan Operasi Himpunan

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$$

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \prod_{i=1}^n A_i$$

$$A_1 \oplus A_2 \oplus \dots \oplus A_n = \bigoplus_{i=1}^n A_i$$

Contoh :

$$A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n) = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_n)$$

$$A \cap \left(\bigcup_{i=1}^n B_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (A \cap B_i)$$

H. Hukum-hukum Himpunan

- **Hukum komutatif**

$$A \cap B = B \cap A \quad \text{dan} \quad A \cup B = B \cup A$$

- **Hukum asosiatif**

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \quad \text{dan} \quad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

- **Hukum distributif**

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad \text{dan} \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- **Hukum De Morgan**

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$\text{dan } (A \cup B)' = A' \cap B'$$

- **Hukum Identitas**

$$A \cup \emptyset = A \quad \text{dan} \quad A \cup S = S$$

$$A \cap S = A \quad \text{dan} \quad A \cap \emptyset = \emptyset$$

- **Hukum Idempoten**

$$A \cup A = A \quad \text{dan}$$

$$A \cap A = A$$

- **Hukum Absorpsi**

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

- **Hukum Komplemen**

$$A \cup A' = S$$

$$A \cap A' = \emptyset$$

- **Hukum Dominasi**

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup S = S$$

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
 Kode Mata Kuliah : MT323
 Jumlah SKS : 3
 Pertemuan ke : 5
 Pokok Bahasan : Invers, Konvers, Kontrapositif, Aplikasi Logika dalam Jaringan Listrik

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Konvers, Invers, Kontrapositif

Implikasi : $p \rightarrow q$

Konvers : $q \rightarrow p$

Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$

Kontrapositif : $\sim q \rightarrow \sim p$

Contoh 1:

$p \rightarrow q$: Jika ada gula maka ada semut

Konvers : Jika ada semut maka ada gula

Invers : Jika tidak ada gula maka tidak ada semut

Kontrapositif : Jika tidak ada semut maka tidak ada gula

Contoh 2:

$p \rightarrow q$: Jika ia berjilbab maka ia seorang muslim

Konvers : Jika ia muslim maka ia berjilbab

Invers : Jika ia tidak berjilbab maka ia bukan seorang muslim

Kontrapositif : Jika ia bukan seorang muslim maka ia tidak berjilbab

B. Aplikasi Logika dalam Jaringan Listrik

Dalam jaringan listrik ada 2 macam hubungan :

a. Hubungan Seri

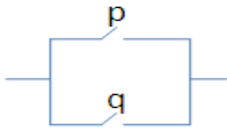
_____p _____q _____

Tabel Hubungan Seri :

Saklar p	Saklar q	Arus
----------	----------	------

Tertutup	Tertutup	Ada
Tertutup	Terbuka	Tidak Ada
Terbuka	Tertutup	Tidak Ada
Terbuka	Terbuka	Tidak Ada

b. Hubungan Paralel



Tabel Hubungan Paralel :

Saklar p	Saklar q	Arus
Tertutup	Tertutup	Ada
Tertutup	Terbuka	Ada
Terbuka	Tertutup	Ada
Terbuka	Terbuka	Tidak Ada

Latihan :

Buatlah diagram listriknya, jika diketahui symbol logika seperti di bawah ini!

1. $[p \vee (q \wedge r)] \wedge [(s \wedge t) \vee u]$
2. $[(x \vee y) \vee z] \wedge w$
3. $[(p \vee q) \wedge r] \vee [(u \vee s) \wedge (v \vee t)]$
4. $[(p \wedge q) \vee r] \wedge [(p \vee s) \wedge q]$

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 6
Pokok Bahasan : Dualisme

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Prinsip Dualitas

Prinsip dualitas yaitu dua konsep yang berbeda dapat dipertukarkan namun tetap memberikan jawaban yang benar.

Contoh: AS $\rightarrow$ kemudi mobil di kiri depan

Inggris (juga Indonesia) $\rightarrow$ kemudi mobil di kanan depan

Peraturan:

(a) di Amerika Serikat,

- Mobil harus berjalan di bagian *kanan* jalan,
- Pada jalan yang berlajur banyak, lajur *kiri* untuk mendahului,
- Bila lampu merah menyala, mobil belok *kanan* boleh langsung

(b) di Inggris,

- Mobil harus berjalan di bagian *kiri* jalan,
- Pada jalur yang berlajur banyak, lajur *kanan* untuk mendahului,
- Bila lampu merah menyala, mobil belok *kiri* boleh langsung

Prinsip dualitas:

Konsep kiri dan kanan dapat dipertukarkan pada kedua negara tersebut sehingga peraturan yang berlaku di Amerika Serikat menjadi berlaku pula di Inggris.

B. Prinsip Dualitas pada Himpunan

Misalkan S adalah suatu kesamaan (*identity*) yang melibatkan himpunan dan operasi-operasi seperti $\cup$, $\cap$, dan komplemen. Jika S^* diperoleh dari S dengan mengganti $\cup \rightarrow \cap$, $\cap \rightarrow \cup$, $\emptyset \rightarrow U$, $U \rightarrow \emptyset$, sedangkan komplemen dibiarkan seperti semula, maka kesamaan S^* juga benar dan disebut dual dari kesamaan S .

1. Hukum identitas: $A \cup \emptyset = A$	Dualnya: $A \cap U = A$
2. Hukum <i>null</i> /dominasi: $A \cap \emptyset = \emptyset$	Dualnya: $A \cap \bar{A} = \emptyset$
3. Hukum komplemen: $A \cup \bar{A} = U$	Dualnya: $A \cup U = U$
4. Hukum idempoten: $A \cup A = A$	Dualnya: $A \cap A = A$
5. Hukum penyerapan: $A \cup (A \cap B) = A$	Dualnya: $A \cap (A \cup B) = A$
6. Hukum komutatif: $A \cup B = B \cup A$	Dualnya: $A \cap B = B \cap A$
7. Hukum asosiatif: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Dualnya: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
8. Hukum distributif: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Dualnya: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. Hukum De Morgan: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$	Dualnya: $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
10. Hukum 0/1 $\emptyset = U$	Dualnya: $U = \emptyset$

Contoh :

Dual dari $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$ adalah $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$.

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
 Kode Mata Kuliah : MT323
 Jumlah SKS : 3
 Pertemuan ke : 7
 Pokok Bahasan : Pernyataan Berkuantor dan Negasinya, Negasi Pernyataan Majemuk

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Pernyataan Berkuantor

1. Kuantor Universal

Ciri-Cirinya terdapat kata : Setiap, Semua, Seluruh, dsb

Lambang : $\forall x M$

Contoh :

Setiap manusia akan meninggal dunia

2. Kuantor Eksistensial

Ciri-Cirinya terdapat kata: Ada, beberapa, dsb

Lambang: $\exists x M$

Contoh:

Ada mahasiswa yang suka menyontek.

3. Negasi Pernyataan Berkuantor

$$\sim(\forall x)M \equiv (\exists x) \sim M$$

$$\sim(\exists x)M \equiv (\forall x) \sim M$$

Contoh:

- p : Semua manusia akan meninggal dunia
- $\sim p$: Ada manusia yang tidak akan meninggal dunia

- q : Ada mahasiswa yang suka menyontek
- $\sim q$: Setiap mahasiswa tidak suka menyontek

- r : Semua bilangan cacah adalah bilangan real
- $\sim r$: Beberapa bilangan cacah adalah bukan bilangan real

B. Negasi dari Pernyataan Majemuk

Jika $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ sehingga $\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$

Contoh:

$p \rightarrow q$: Jika Lusi pergi ke luar kota maka Lusi membawa baju hangat.

$\sim(p \rightarrow q)$: Lusi pergi ke luar kota dan Lusi tidak membawa baju hangat

Secara singkat negasi dari pernyataan majemuk dapat dilihat pada tabel berikut ini:

OPERASI	LAMBANG	NEGASI
Konjungsi	$p \wedge q$	$\sim p \vee \sim q$
Disjungsi	$p \vee q$	$\sim p \wedge \sim q$
Implikasi	$p \Rightarrow q$	$p \wedge \sim q$
Biimplikasi	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow \sim q$ atau $\sim p \Leftrightarrow q$

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 8
Pokok Bahasan : Ujian Tengah Semester

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 9
Pokok Bahasan : Partisi

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

Partisi dari sebuah himpunan A adalah sekumpulan himpunan bagian tidak kosong $A_1, A_2, \dots$ dari A sedemikian sehingga:

- (a) $A_1 \cup A_2 \cup \dots = A$, dan
- (b) $A_i \cap A_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$

Contoh :

Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, maka $\{\{1\}, \{2, 3, 4\}, \{7, 8\}, \{5, 6\}\}$ adalah partisi A .

A. Himpunan Ganda

- Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut **himpunan ganda** (*multiset*).
Contohnya, $\{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$, $\{2, 2, 2\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{\}$.
- **Multiplisitas** dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda. Contoh: $M = \{0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$, multiplisitas 0 adalah 4.
- Himpunan (*set*) merupakan contoh khusus dari suatu *multiset*, yang dalam hal ini multiplisitas dari setiap elemennya adalah 0 atau 1.
- Kardinalitas dari suatu *multiset* didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan padanannya (ekivalen), dengan mengasumsikan elemen-elemen di dalam *multiset* semua berbeda.

B. Operasi Antara Dua Buah *Multiset* :

Misalkan P dan Q adalah *multiset*:

1. $P \cup Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas maksimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q .

Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$,

$$P \cup Q = \{ a, a, a, b, c, c, d, d \}$$

2. $P \cap Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas minimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q .

Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$

$$P \cap Q = \{ a, a, c \}$$

3. $P - Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan:

- Multiplisitas elemen tersebut pada P dikurangi multiplisitasnya pada Q , jika selisihnya positif
- 0, jika selisihnya nol atau negatif.

Contoh: $P = \{ a, a, a, b, b, c, d, d, e \}$ dan $Q = \{ a, a, b, b, b, c, c, d, d, f \}$

maka $P - Q = \{ a, e \}$

4. $P + Q$, yang didefinisikan sebagai jumlah (*sum*) dua buah himpunan ganda, adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas elemen tersebut pada P dan Q .

Contoh: $P = \{ a, a, b, c, c \}$ dan $Q = \{ a, b, b, d \}$,

$$P + Q = \{ a, a, a, b, b, b, c, c, d \}$$

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika

Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 10
Pokok Bahasan : Argumen, Aturan Penarikan Kesimpulan

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Argumen

Argumen adalah rangkaian pernyataan-pernyataan yang mempunyai ungkapan pernyataan penarikan kesimpulan (inferensi). Argumen terdiri dari pernyataan-pernyataan yang terdiri atas dua kelompok, yaitu kelompok pernyataan sebelum kata 'jadi' yang disebut premis (hipotesa) dan pernyataan setelah kata 'jadi' yang disebut konklusi (kesimpulan). Dibawah ini diberikan beberapa contoh argumen, yaitu :

- a. Semua bilangan genap habis dibagi 2. (premis)
10 adalah bilangan genap. (premis)
Jadi, 10 habis dibagi 2. (konklusi)
- b. Jika malam hari turun hujan, maka lapangan bola akan basah. (premis)
Ternyata malam hari turun hujan. (premis)
Jadi, lapangan bola basah. (konklusi)

Suatu argumen disebut valid jika untuk sembarang pernyataan yang disubstitusikan kepada hipotesa semua hipotesa tersebut bernilai benar, maka kesimpulan juga benar. Sebaliknya, jika semua hipotesa benar tetapi ada kesimpulan yang salah, maka argumen tersebut dikatakan tidak valid (invalid). Untuk menunjukkan apakah suatu argumen valid atau tidak, langkah pertama yang harus dilakukan adalah menuliskan argumen tersebut dalam bentuk simbol-simbol.

Sebagai contoh argumen berikut:

Ani ada di Bandung atau Tasikmalaya

Ani tidak ada di Bandung.

Jadi, ani ada di Tasikmalaya.

Misal:

p : Ani ada di Bandung

q : Ani ada di Tasikmalaya

maka argumen di atas mempunyai symbol sebagai berikut:

$$p \vee q$$

$$\sim p$$

$$\therefore q$$

Selanjutnya kita ubah argumen di atas menjadi pernyataan kondisional yang berkoresponden dengan argumen tersebut, yaitu dengan cara meng-konjungsi-kan premis-premis, kemudian hasilnya di-implikasi-kan dengan konklusi. Jadi, argumen contoh di atas mempunyai pernyataan kondisional yang berkoresponden yaitu:

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

Pernyataan kondisional yang berkoresponden tersebut kemudian dibuat tabel kebenaran. Jika tabel kebenaran yang dihasilkan berupa tautology, maka argumen tersebut valid. Jika bukan, maka argumen tersebut tidak valid.

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$[(p \vee q) \wedge \sim p]$	$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$
B	B	S	B	S	B
B	S	S	B	S	B
S	B	B	B	B	B
S	S	B	S	S	B

Karena tabel kebenaran yang dihasilkan berupa tautology, maka argumen di atas valid.

B. Aturan Penarikan Kesimpulan

Ada cara lain untuk membuktikan validitas argumen yaitu dengan menggunakan **aturan-aturan penarikan kesimpulan**. Dengan aturan ini kita tidak saja menarik kesimpulan dari premis-premisnya secara langsung, tetapi juga mampu membentuk argumen-argumen yang diperoleh dari rangkaian langkah pembuktian yang relatif sederhana. Konklusi lanjutan disimpulkan. Konklusi lanjutan ini (yang terdiri dari bagian-bagian) masing-masing merupakan konklusi yang dapat ditarik lagi untuk membentuk konklusi berikutnya, dan demikian seterusnya hingga hasil akhir diperoleh.

Adapun aturan-aturan yang digunakan dalam aturan penarikan kesimpulan (*Rule of Inferences*) adalah seperti dibawah ini.

1. Modus Ponens (MP)

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 p \\
 \therefore q
 \end{array}$$

2. Modus Tollen (MT)

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 \sim q \\
 \therefore \sim p
 \end{array}$$

3. Simplifikasi (Simp)

$$\begin{array}{l}
 p \wedge q \\
 \therefore p
 \end{array}$$

4. Konjungsi (Konj)

$$\begin{array}{l}
 p \\
 q \\
 p \wedge q
 \end{array}$$

5. Hypothetical Syllogism (HS)

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 q \rightarrow r \\
 \therefore p \rightarrow r
 \end{array}$$

6. Disjunctive Syllogism (DS)

$$\begin{array}{l}
 p \vee q \\
 \sim p \\
 \therefore q
 \end{array}$$

1. Constructive Dilemma (CD)

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 r \rightarrow s \\
 p \vee r \\
 \therefore q \vee s
 \end{array}$$

8. Destructive Dilemma (DD)

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 r \rightarrow s \\
 \sim q \vee \sim s \\
 \therefore \sim p \vee \sim r
 \end{array}$$

9. Addition (Add)

$$\begin{array}{l}
 p \\
 \therefore p \vee q
 \end{array}$$

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
 Kode Mata Kuliah : MT323
 Jumlah SKS : 3
 Pertemuan ke : 11
 Pokok Bahasan : Prinsip Inklusi-Eksklusi

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Prinsip Inklusi Eksklusi

Pada bagian ini akan dipaparkan mengenai topik enumerasi yang dinamakan Prinsip Inklusi dan Eksklusi. Konsep ini merupakan perluasan ide dalam Diagram Venn beserta operasi irisan dan gabungan, namun dalam bab ini konsep tersebut diperluas, dan diperkaya dengan ilustrasi penerapan yang bervariasi dalam matematika kombinatorik.

Banyaknya anggota himpunan gabungan antara himpunan A dan himpunan B merupakan jumlah banyaknya anggota dalam himpunan tersebut dikurangi banyaknya anggota di dalam irisannya. Dengan demikian,

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Untuk tiga buah himpunan A , B , dan C , berlaku :

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Untuk himpunan $A_1, A_2, \dots, A_r$, berlaku:

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_r| = \sum_i |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq r} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq r} |A_i \cap A_j \cap A_k| + \dots + (-1)^{r-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_r|$$

Contoh 1:

Dalam sebuah program studi pendidikan matematika yang terdiri atas 350 mahasiswa, terdapat 175 mahasiswa yang mengambil mata kuliah persamaan diferensial dan 225 mahasiswa yang mengambil mata kuliah analisis kompleks, dan 50 mahasiswa yang mengambil mata kuliah persamaan diferensial dan analisis kompleks. Ada berapa

mahasiswa di dalam perkuliahan itu jika setiap mahasiswa mengambil mata kuliah persamaan diferensial, analisis kompleks, atau kedua-duanya?

Penyelesaian :

Misalkan A adalah banyaknya mahasiswa yang mengambil mata kuliah persamaan diferensial dan B menyatakan mahasiswa yang mengambil mata kuliah analisis kompleks. Maka $A \cap B$ merupakan himpunan mahasiswa yang mengambil kedua mata kuliah tersebut. Banyaknya mahasiswa di dalam kelas itu yang mengambil mata kuliah persamaan diferensial, analisis kompleks, atau kedua-duanya adalah :

$$\begin{aligned} |A \cup B| &= |A| + |B| - |A \cap B| \\ &= 175 + 225 - 50 \\ &= 350 \end{aligned}$$

Ini berarti, terdapat 350 mahasiswa di dalam kelas yang mengambil mata kuliah persamaan diferensial, analisis kompleks, atau kedua-duanya. Karena banyaknya siswa keseluruhan di dalam kelas tersebut adalah 350 mahasiswa, artinya tidak terdapat mahasiswa yang tidak memilih salah satu dari kedua konsentrasi itu.

Contoh 2:

Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

Penyelesaian:

A = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3,

B = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 5,

$A \cap B$ = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3 dan 5 (yaitu himpunan bilangan bulat yang habis dibagi oleh KPK – Kelipatan Persekutuan Terkecil – dari 3 dan 5, yaitu 15).

$$|A| = \lfloor 100/3 \rfloor = 33,$$

$$|B| = \lfloor 100/5 \rfloor = 20,$$

$$|A \cap B| = \lfloor 100/15 \rfloor = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 20 - 6 = 47$$

Jadi, ada 47 buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 12
Pokok Bahasan : Aturan Penukaran

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

Aturan Penukaran

Pada kenyataannya banyak argumen valid yang tidak dapat di buktikan kebenarannya hanya dengan menggunakan aturan penarikan kesimpulan. Ini berarti kita membutuhkan aturan lain selain aturan diatas. Aturan yang menunjang ini disebut **aturan penukaran** (Rule of Replacements). Dalam pembicaraan ekuivalensi, kita telah mengetahui bahwa dua pernyataan disebut ekuivalen jika mempunyai nilai kebenaran yang sama. Dengan demikian jika sebagian atau keseluruhan dari suatu pernyataan majemuk ditukar dengan pernyataan lain yang ekuivalen secara logika, maka nilai kebenaran pernyataan majemuk yang baru tersebut akan sama dengan nilai kebenaran pernyataan majemuk semula. Aturan ini yang disebut **aturan penukaran**. Aturan ini memungkinkan kita untuk menarik kesimpulan suatu pernyataan sebagai hasil dari penukaran semua atau sebagian dari suatu pernyataan dengan pernyataan yang ekuivalen dengan bagian yang kita ganti. Adapun aturan yang terdapat pada Rule of Replacements adalah sebagai berikut:

1. Teorema De Morgan (de M)

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

2. Komutatif (Kom)

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

3. Asosiative (Ass)

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

4. Distributif (Distr)

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

5. Double Negasi (DN)

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

6. Transposisi (Trans)

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

7. Material implikasi (Impl)

$$p \rightarrow q \equiv p \vee q$$

8. Material ekuivalensi (ekuiiv)

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

9. Eksportasi (Eksp)

$$(p \wedge q) \rightarrow r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

10. Tautologi (Taut)

$$p \equiv (p \vee p)$$

$$p \equiv (p \wedge p)$$

Pernyataan-pernyataan di atas yang saling ekuivalen, dapat saling mengganti satu sama lain. Artinya kita dapat menukar pernyataan sebelah kiri dengan pernyataan disebelah kanan dan sebaliknya.

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 13
Pokok Bahasan : Jenis-Jenis Relasi

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

A. Pasangan Terurut

Pasangan terurut merupakan sepasang anggota, dimana satu anggotanya yang pertama berasal dari himpunan yang pertama, sedangkan anggota kedua berasal dari himpunan yang lainnya. Untuk menunjukkan pasangan ini kita gunakan kurung kecil, misalnya (a,b) . Pasangan terurut ini antara lain terdapat pada pasangan absis dan ordinat suatu titik pada sistem koordinat. Pasangan terurut (a,b) berbeda dengan (b,a) .

Himpunan semua pasangan terurut (a,b) dengan $a \in A$ dan $b \in B$ disebut himpunan perkalian A dan B, atau produk kartesius A dan B yang ditulis dengan symbol $A \times B$. Dalam notasi pembentuk himpunan $A \times B$ dinyatakan dengan :

$$A \times B = \{(a,b) | a \in A, b \in B\}$$

B. Jenis-Jenis Relasi

1. Relasi Invers

Misalkan R merupakan relasi dari himpunan A ke himpunan B. Invers dari R yang dinyatakan dengan R^{-1} adalah relasi dari B ke A yang mengandung semua pasangan berurutan yang bila dipertukarkan masih termasuk dalam R.

Fungsi invers R^{-1} dari B ke A didefinisikan dengan :

$$R^{-1} = \{(b,a) | (a,b) \in R\}$$

Contoh :

Diketahui $A = \{1,2,3\}$

$B = \{a,b\}$

Maka $R = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$

$$R^{-1} = \{(a,1), (b,1), (a,2), (b,2), (a,3), (b,3)\}$$

2. Relasi Refleksif

Bila R merupakan suatu relasi dalam sebuah himpunan A, dimana R merupakan himpunan bagian dari $A \times A$, maka R dinamakan relasi refleksif, bila untuk setiap $a \in A$ berlaku : $(a,a) \in R$.

Dengan kata lain, R adalah refleksif jika setiap anggota dalam A berelasi dengan dirinya sendiri.

Contoh :

Diketahui $A = \{1,2,3,4\}$

$$R = \{(1,1), (2,4), (3,3), (4,1), (4,4)\}$$

R bukanlah suatu relasi refleksif karena (2,2) tidak termasuk dalam R. Semua pasangan terurut (a,a) haruslah termasuk dalam R, agar R menjadi refleksif.

3. Relasi Simetrik

Misalkan R sebuah himpunan bagian dari $A \times A$ dan R merupakan relasi dalam A. R disebut relasi simetrik jika berlaku : *Jika $(a,b) \in R$, maka $(b,a) \in R$.*

Contoh :

Misalkan $S = \{1, 2, 3\}$

$$R = \{(1,3), (4,2), (2,4), (2,3), (3,1)\}$$

R bukanlah relasi simetrik karena untuk setiap (a,b) pada R ternyata (b,a) tidak selalu pada R. Misalnya $(2,3) \in R$ tetapi $(3,2) \notin R$.

4. Relasi Anti Simetrik

Suatu relasi R dalam himpunan A merupakan himpunan bagian dari $A \times A$ disebut relasi anti simetrik, bila berlaku : *Jika $(a,b) \in R$ dan $(b,a) \in R$ maka berarti $a = b$.* Dengan kata lain jika $a, b \in A$, $a \neq b$, maka $(a,b) \in R$ atau $(b,a) \in R$, tetapi tidak kedua-duanya.

Contoh :

Misalkan $A = \{x,y,z\}$

$$R = \{(x,x), (y,x), (y,y), (z,y), (y,z)\}$$

R bukanlah relasi anti simetrik sebab $(z,y) \in R$ tetapi $(y,z) \in R$ pula.

5. Relasi Transitif

Misalkan R adalah suatu relasi dalam himpunan A. R disebut relasi transitif, bila memenuhi sifat berikut : *Jika $(a,b) \in R$ dan $(b,c) \in R$, maka $(a,c) \in R$.* Dengan kata lain, bila a berelasi b dan b berelasi dengan c, maka a berelasi dengan c.

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 14
Pokok Bahasan : Aturan Pembuktian Tidak Langsung

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

Aturan Pembuktian Tidak Langsung

Aturan pembuktian tidak langsung (Rule of Indirect Proof) dilakukan dengan jalan membuat negasi dari konklusinya, yang kemudian dijadikan premis tambahan. Jika sebagai akibat langkah ini timbul kontradiksi berarti argument yang akan dibuktikan

Contoh :

Susunan pembuktian tidak langsung untuk memperlihatkan validitas argument berikut

$$P \rightarrow Q$$

$$Q \rightarrow R$$

$$P$$

$$\therefore R$$

Jawab:

$$1. P \rightarrow Q \text{ Pr}$$

$$2. Q \rightarrow R \text{ Pr}$$

$$3. P \quad \text{Pr} / \therefore R$$

$$4. \sim R \quad \text{IP}$$

$$5. \sim Q \quad 2,4 \text{ MT}$$

$$6. \sim P \quad 1,5 \text{ MT}$$

$$7. P \wedge \sim P \quad 3,6 \text{ Konj}$$

Baris (7) adalah suatu kontradiksi

LATIHAN:

Dengan menggunakan aturan pembuktian tidak langsung, susunlah bukti formal validitas argumen berikut.

a. $G \vee (L \wedge T)$

$$G \rightarrow \sim T$$

$$T / \therefore L$$

b. $P \rightarrow (L \rightarrow G)$

$$P \wedge \sim G / \therefore \sim L$$

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 15
Pokok Bahasan : Jenis-Jenis Fungsi

URAIAN POKOK PERKULIAHAN

Fungsi dilihat dari Domain dan Kodomain

A. Fungsi Surjektif

Untuk memahami pengertian fungsi surjektif, perhatikan himpunan $A = \{1,2,3,4\}$ dan himpunan $B = \{a,b,c\}$. Dari himpunan A ke himpunan B ditentukan fungsi-fungsi f dan g dalam bentuk pasangan terurut,

$$f: A \rightarrow B \text{ dengan } f = \{(1,a), (2,b), (3,c), (4,c)\}$$

$$g: A \rightarrow B \text{ dengan } g = \{(1,a), (2,a), (3,b), (4,b)\}$$

Wilayah hasil fungsi f adalah $W_f = \{a,b,c\} = B$. Suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan wilayah hasil $W_f = B$ dinamakan **fungsi kepada B (Fungsi Onto/ Fungsi surjektif)**.

Wilayah hasil fungsi g adalah $W_g = \{a,b\}$ dan $W_g \subset B$. Suatu fungsi $g: A \rightarrow B$ dengan wilayah hasil $W_g \subset B$ seperti itu dinamakan **fungsi ke dalam/ fungsi into**.

B. Fungsi Injektif

Untuk memahami pengertian fungsi injektif, perhatikanlah himpunan $A = \{1,2,3\}$ dan himpunan $B = \{a,b,c,d\}$. Dari himpunan A ke himpunan B ditentukan fungsi f dan g dalam bentuk pasangan terurut sebagai berikut :

$$f: A \rightarrow B \text{ dengan } f = \{(1,a), (2,b), (3,c)\}$$

$$g: A \rightarrow B \text{ dengan } g = \{(1,a), (2,b), (3,b)\}$$

Suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan setiap anggota A yang berbeda mempunyai peta yang berbeda di B seperti itu disebut **fungsi satu-satu** atau **fungsi injektif**. Sehingga fungsi g bukanlah fungsi satu-satu.

C. Fungsi Bijektif

Fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan $A = \{0,1,2\}$ dan $B = \{a,b,c\}$. Fungsi f dinyatakan dalam bentuk pasangan terurut $f = \{(0,a), (1,b), (2,c)\}$. Fungsi f adalah fungsi surjektif dan juga fungsi injektif. Fungsi f yang bersifat surjektif dan injektif seperti itu disebut **fungsi bijektif**.

Fungsi Khusus

A. Fungsi Konstan

Fungsi Konstan adalah suatu fungsi $y = f(x)$ dengan $f(x)$ sama dengan sebuah konstanta untuk semua nilai x dalam daerah asalnya. Artinya untuk semua nilai x dalam daerah asal D_f hanya berpasangan dengan sebuah nilai dalam wilayah hasil W_f .

B. Fungsi Identitas

Fungsi identitas adalah fungsi $y = f(x)$ dengan $f(x) = x$ untuk semua nilai x dalam daerah asalnya. Ini berarti untuk sebuah nilai x dalam daerah asal D_f berpasangan dengan nilai x itu sendiri dalam wilayah hasil W_f .

C. Fungsi Nilai Mutlak

Fungsi nilai mutlak adalah fungsi $y = f(x)$ dengan $f(x) = |x|$ untuk semua nilai x dalam daerah asalnya. Bentuk $|x|$ dibaca sebagai “nilai mutlak x ” dan didefinisikan sebagai berikut :

Untuk setiap bilangan real x , maka nilai mutlak x ditentukan oleh aturan :

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Fungsi dilihat dari Pangkat Terbesar

1. Fungsi Linear

Fungsi linear adalah fungsi $y = f(x)$ dengan $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$) untuk semua x dalam daerah asalnya.

2. Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) untuk semua x dalam daerah asalnya.

HAND OUT PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah : Pengantar Dasar Matematika
Kode Mata Kuliah : MT323
Jumlah SKS : 3
Pertemuan ke : 16
Pokok Bahasan : *Ujian Akhir Semester*