

STATISTIKA MATEMATIKA

Pertemuan 11

**Ekspektasi Dua Peubah Acak : Fungsi
Pembangkit Momen Gabungan, Koefisien
Korelasi, Akibat Kebebasan Stokastik**

A. Fungsi Pembangkit Momen Gabungan

Definisi 1: Fungsi Pembangkit Momen Gabungan Umum

Jika X dan Y adalah dua peubah acak, baik diskrit maupun kontinu, maka fungsi pembangkit momen gabungan dari X dan Y (dinotasikan dengan $M(t_1, t_2)$) didefinisikan sebagai:

$$M(t_1, t_2) = E[\exp(t_1 X + t_2 Y)]$$

untuk $-h_1 < t_1 < h_1$, $-h_2 < t_2 < h_2$, $h_1 > 0$, $h_2 > 0$

Definisi 2: Fungsi Pembangkit Momen Gabungan Diskrit

Jika X dan Y adalah dua peubah acak diskrit dengan $p(x,y)$ adalah nilai fungsi peluang gabungan dari X dan Y di (x,y) , maka fungsi pembangkit momen gabungan dari X dan Y didefinisikan sebagai:

$$M(t_1, t_2) = \sum_x \sum_y e^{t_1 x + t_2 y} p(x, y)$$

A. Fungsi Pembangkit Momen Gabungan

Definisi 3: Fungsi Pembangkit Momen Gabungan Kontinu

Jika X dan Y adalah dua peubah acak kontinu dengan $f(x,y)$ adalah nilai fungsi densitas gabungan dari X dan Y di (x,y) , maka fungsi pembangkit momen gabungan dari X dan Y didefinisikan sebagai:

$$M(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{t_1 x + t_2 y} f(x, y) dx dy$$

B. Koefisien Korelasi

Definisi:

Jika X dan Y adalah dua peubah acak, baik diskrit maupun kontinu, maka koefisien korelasi (dinotasikan dengan ρ) didefinisikan sebagai:

$$\rho = \frac{E(XY) - E(X) \cdot E(Y)}{\sqrt{\{E(X^2) - [E(X)]^2\} \{E(Y^2) - [E(Y)]^2\}}}$$

C. Akibat Kebebasan Stokastik

Telah dijelaskan sebelumnya bahwa dua peubah acak dikatakan saling bebas, jika distribusi gabungannya sama dengan perkalian dari distribusi marginal masing-masing peubah acaknya.

Beberapa akibat kebebasan stokastik, jika X dan Y adalah dua peubah acak yang saling bebas:

1. $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$
2. $E[u(X) \cdot v(Y)] = E[u(X)] \cdot E[v(Y)]$
3. $M(t_1 t_2) = M_X(t_1) \cdot M_Y(t_2)$
4. $Kov(X, Y) = 0$
5. $\rho = 0$
6. $\mu_{rs}' = \mu_r' \cdot \mu_s'$