

STATISTIKA MATEMATIKA

Pertemuan 13

**Beberapa Distribusi Khusus Diskrit: Distribusi Poisson,
Distribusi Geometrik, Distribusi Hipergeometrik**

A. Distribusi Poisson

Distribusi Poisson diperoleh dari distribusi Binomial.

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi Poisson, jika dan hanya jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$p(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} ; x = 0, 1, 2, 3, \dots; e = 2,72828 \dots$$

Penulisan notasi dari peubah acak X yang berdistribusi Poisson adalah $P(x;\lambda)$, artinya peubah acak X berdistribusi Poisson dengan parameter λ

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

- Rataan $\mu = \lambda$
- Varians $\sigma^2 = \lambda$
- Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = e^{\lambda(e^t - 1)} ; t \in R$

B. Distribusi Geometrik

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi geometrik jika dan hanya jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$P(x) = P(X=x) = p \cdot (1-p)^{x-1} \quad ; x=1, 2, 3, \dots$$

Penulisan notasi dari peubah acak X yang berdistribusi geometrik adalah $X \sim G(x;p)$, artinya peubah acak X berdistribusi geometrik dengan banyak pengulangan eksperimennya sampai x kali dan peluang terjadinya peristiwa sukses sebesar p.

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

- Rataan $\mu = \frac{1}{p}$
- Varians $\sigma^2 = \frac{1-p}{p^2}$
- Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = \frac{p \cdot e^t}{1 - (1-p) \cdot e^t} ; t \in \mathbb{R}$

C. Distribusi Hipergeometrik

Misalkan sebuah populasi suatu barang yang berukuran N terdiri atas k buah barang baik dan sisanya $(N-k)$ buah barang rusak. Kemudian diambil sebuah sampel secara acak berukuran n ($n \leq N$) secara sekaligus, ternyata dari sampel acak itu berisi x buah barang baik dan sisanya $(n-x)$ buah barang yang rusak. Dalam hal ini, kita akan menghitung peluang bahwa dari sampel acak itu akan berisi x buah barang baik.

Banyak susunan yang mungkin untuk mendapatkan x buah barang baik dari k buah barang baik ada $\binom{k}{x}$ cara yang berbeda.

Banyak susunan yang mungkin untuk mendapatkan $(n-x)$ buah barang rusak dari $(N-k)$ buah barang yang rusak ada $\binom{N-k}{n-x}$ cara yang berbeda.

Banyak susunan yang mungkin untuk mendapatkan n buah barang dari N buah barang yang ada $\binom{N}{n}$ cara yang berbeda.

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi hipergeometrik jika dan hanya jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$P(x) = P(X = x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}, x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Penulisan notasi dari peubah acak X yang berdistribusi hipergeometrik adalah $X \sim H(x; N, n)$, artinya peubah acak X berdistribusi hipergeometrik dengan banyak barang baik/peristiwa sukses dari sampel acak sebanyak x , banyak barang dari populasi sebanyak N , banyak barang dari sampel acak sebanyak n , dan banyak barang baik/sukses dari populasi sebanyak k .

Rataan dan Varians

- Rataan $\mu = \frac{nk}{N}$
- Varians $\text{dan } \sigma^2 = \frac{nk(N-k)(N-n)}{N^2(N-1)}$