

STATISTIKA MATEMATIKA

Pertemuan 14

Beberapa Distribusi Khusus Kontinu:

**Distribusi Seragam, Distribusi Gamma,
Distribusi Eksponensial,
Distribusi Khi-Kuadrat, Distribusi Beta**

A. Distribusi Seragam

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi seragam, jika dan hanya jika fungsi densitasnya berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{\beta - \alpha} ; \alpha < x < \beta$$
$$= 0 ; x \text{ lainnya}$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi seragam adalah $S(x; \alpha, \beta)$, artinya peubah acak X berdistribusi seragam dengan parameter α dan β .

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

• Rataan $\mu = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$

• Varians $\sigma^2 = \left(\frac{1}{12}\right)(\beta - \alpha)^2$

• Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = \frac{e^{\beta t} - e^{\alpha t}}{t(\beta - \alpha)} ; t \neq 0$

$$= 1 ; t = 0$$

B. Distribusi Gamma

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi gamma, jika dan hanya jika fungsi densitasnya berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \cdot e^{\frac{-x}{\beta}} ; x > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

$$f(x) = 0 ; x \text{ lainnya}$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi gamma adalah $G(x; \alpha, \beta)$ artinya peubah acak X berdistribusi gamma dengan parameter α dan β .

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

Rataan dan Varians dari distribusi gamma dirumuskan sebagai berikut:

- Rataan $\mu = \alpha \beta$

- Varians $\sigma^2 = \alpha \beta^2$

- Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = (1 - \beta t)^{-\alpha} ; t < \frac{1}{\beta}$

C. Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial diperoleh dari distribusi gamma dengan $\alpha=1$ dan $\beta=\theta$

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi eksponensial, jika dan hanya jika fungsi densitasnya berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{\frac{-x}{\theta}} ; x > \theta, \theta > 0$$

$$f(x) = 0 ; x \text{ lainnya}$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi eksponensial adalah $Exp(x; \theta)$ artinya peubah acak X berdistribusi eksponensial dengan parameter θ .

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

- Rataan $\mu = \theta$
- Varians $\sigma^2 = \theta^2$
- Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = (1 - \theta t)^{-1} ; t < \frac{1}{\theta}$

D. Distribusi Khi-Kuadrat

Distribusi khi-kuadrat diperoleh dari distribusi gamma dengan $\alpha=v/2$ dan $\beta=2$

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi khi-kuadrat, jika dan hanya jika fungsi densitasnya berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} x^{\frac{(v-2)}{2}} \cdot e^{-\frac{x}{2}} ; x > 0$$

$$f(x) = 0 ; x \text{ lainnya}$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi khi-kuadrat adalah $\chi^2(v)$, artinya peubah acak X berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan v .

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

- Rataan $\mu = v$
- Varians $\sigma^2 = 2v$
- Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = (1 - 2t)^{-\frac{v}{2}} ; t < \frac{1}{2}$

E. Distribusi Beta

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi beta, jika dan hanya jika fungsi densitasnya berbentuk:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma\alpha \cdot \Gamma\beta} \cdot x^{\alpha-1} \cdot (1-x)^{\beta-1} ; 0 < x < 1, \alpha > 0, \beta > 0$$

$$f(x) = 0 ; x \text{ lainnya}$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi gamma adalah $B(x; \alpha, \beta)$ artinya peubah acak X berdistribusi gamma dengan parameter α dan β .

Rataan, Varians

• Rataan $\mu = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$

• Varians $\sigma^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$