

STATISTIKA MATEMATIKA

Pertemuan 15

Distribusi Khusus Kontinu:

Distribusi Normal Umum,

Distribusi Normal Baku,

Distribusi Normal Dua Peubah Acak

A. Distribusi Normal Umum

Definisi:

Peubah acak X dikatakan berdistribusi normal umum, jika dan hanya jika fungsi densitasnya berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma^2}} e^{\left[\frac{-1}{2\sigma^2} (x - \mu)^2 \right]} - \infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi normal umum adalah $N(x; \mu, \sigma^2)$, artinya peubah acak X berdistribusi normal umum dengan rata-rata μ dan varians σ^2 .

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

- Rataan dan Varians $E(X) = \mu$ dan $Var(X) = \sigma^2$
- Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = \exp\left(\frac{\mu t + \sigma^2 t^2}{2}\right); t \in \mathbb{R}$

B. Distribusi Normal Baku

Definisi:

Distribusi normal umum dengan ratahan dan varians dinamakan distribusi normal baku dan fungsi densitasnya berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[\frac{-1}{2}x^2\right]} - \infty < x < \infty$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi normal baku adalah $N(x; 0, 1)$, artinya peubah acak X berdistribusi normal umum dengan ratahan 0 dan varians 1.

Rataan, Varians dan Fungsi Pembangkit Momen

- Rataan $E(X) = \mu = 0$
- Varians $Var(X) = \sigma^2 = 1$
- Fungsi pembangkit momen $M_x(t) = \exp\left(\frac{1}{2}t^2\right); t \in \Re$

Pendekatan Distribusi Normal Umum ke Normal Baku

Penghitungan peluang dari peubah acak yang berdistribusi normal umum bisa dilakukan melalui distribusi normal baku. Artinya peubah acak yang berdistribusi normal umum bisa didekati oleh peubah acak yang berdistribusi normal baku. Hal tersebut bisa dilihat dalam dalil berikut ini:

Jika X adalah peubah acak berdistribusi normal umum dengan rataaan dan simpangan baku , maka:

$$Z = \left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)$$

mengikuti distribusi normal baku.

C. Distribusi Normal Dua Peubah Acak

Definisi:

Jika X dan Y dikatakan berdistribusi normal dua peubah acak, jika dan hanya jika fungsi densitas gabungannya berbentuk:

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sqrt{1-p^2}} \exp\left(\frac{-1}{2(1-p^2)} Q\right)$$

dengan

$$Q = \left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2p\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2$$

Untuk $-\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty, \sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, -1 < p < 1, -\infty < \mu_1 < \infty, -\infty < \mu_2 < \infty$

Parameter Distribusi Normal Dua Peubah Acak

- a. $E(X) = \mu_1$
- b. $\text{Var}(X) = \sigma_1^2$
- c. $E(Y) = \mu_2$
- d. $\text{Var}(Y) = \sigma_2^2$
- e. $\text{Kov}(X,Y) = \rho \sigma_1 \sigma_2$