PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN SAINS

GRAF 2-3

MATEMATIKA DISKRIT

Dr. Rippi Maya, M.Pd.

SEMESTER 5 _ 2020/2021

6. Lintasan

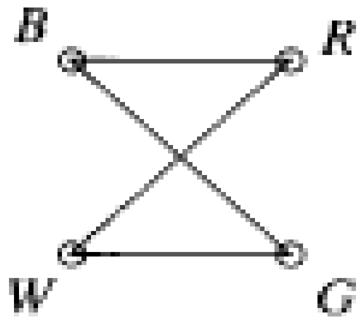
Lintasan dari simpul v_0 ke simpul v_n dalam suatu graf adalah barisan berselang-seling antara simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk:

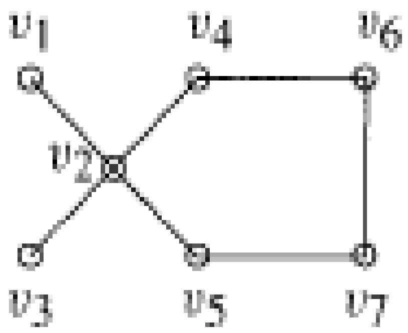
$v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \ldots, v_{n-1}, e_n, v_n$, di mana $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, ..., $e_n = (v_{n-1}, v_n)$, dengan *e* adalah sisi-sisi dalam graf G.

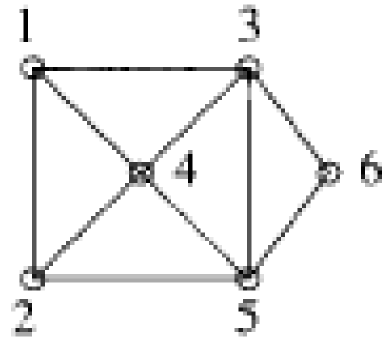
Jenis-jenis lintasan:

1. Lintasan sederhana adalah lintasan yang melewati setiap sisi tepat satu kali.
2. Lintasan tertutup adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
3. Lintasan terbuka adalah lintasan yang simpul awalnyanya berbeda dengan simpul akhir.

Contoh Lintasan





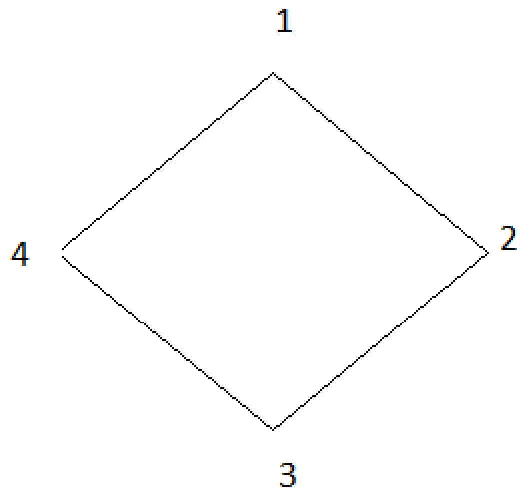


1. Lintasan B,R,W,G,B adalah lintasan sederhana dan tertutup
2. Lintasan $v_1, v_2, v_5, v_7, v_6, v_4, v_2, v_3$ adalah lintasan sederhana dan terbuka
3. Lintasan 1,3,6,5,3,4,2,5,4,1,2 adalah lintasan sederhana dan terbuka.

7. Siklus Atau Sirkuit

Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

Lintasan 1,2,3,4,1 adalah sirkuit
Panjang sirkuit = Panjang lintasan

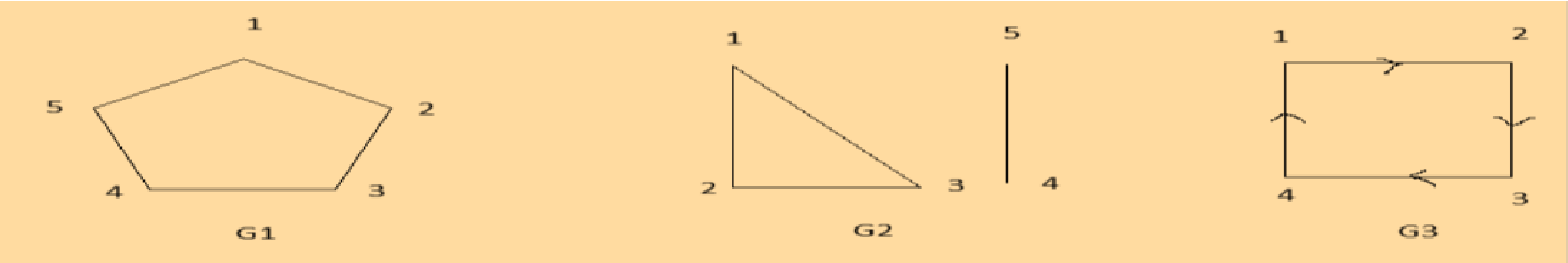


$$\text{sirkuit}\begin{cases}\text{sederhana} \rightarrow \text{sisi yang dilalui hanya satu kali} \\ \\ \text{elementer} \rightarrow \text{simpul yang dilalui hanya satu kali}\end{cases}$$

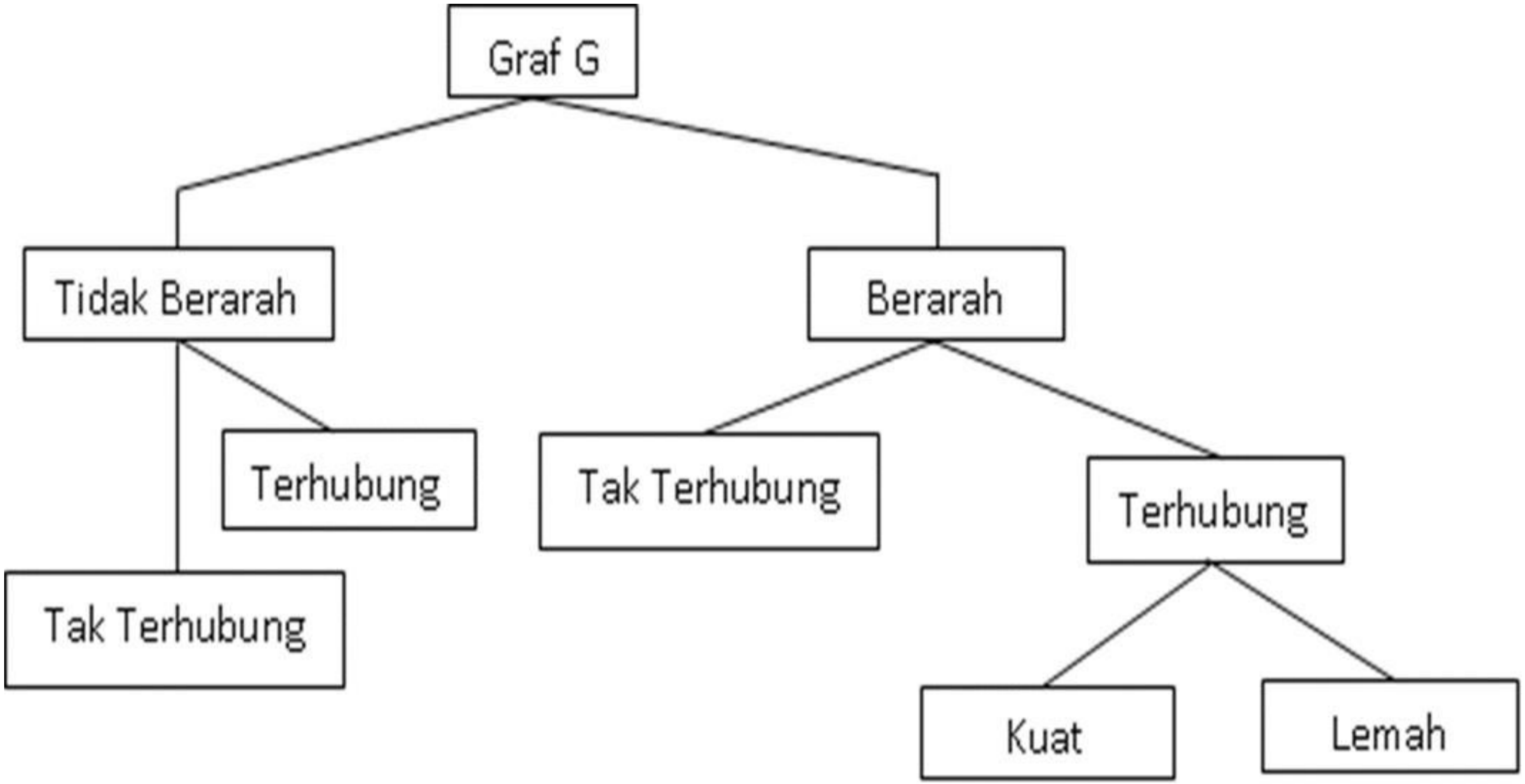
8. Terhubung

Graf tidak berarah G dikatakan **graf terhubung** jika untuk setiap pasang simpul u dan v di dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v, demikian juga sebaliknya dari v ke u.

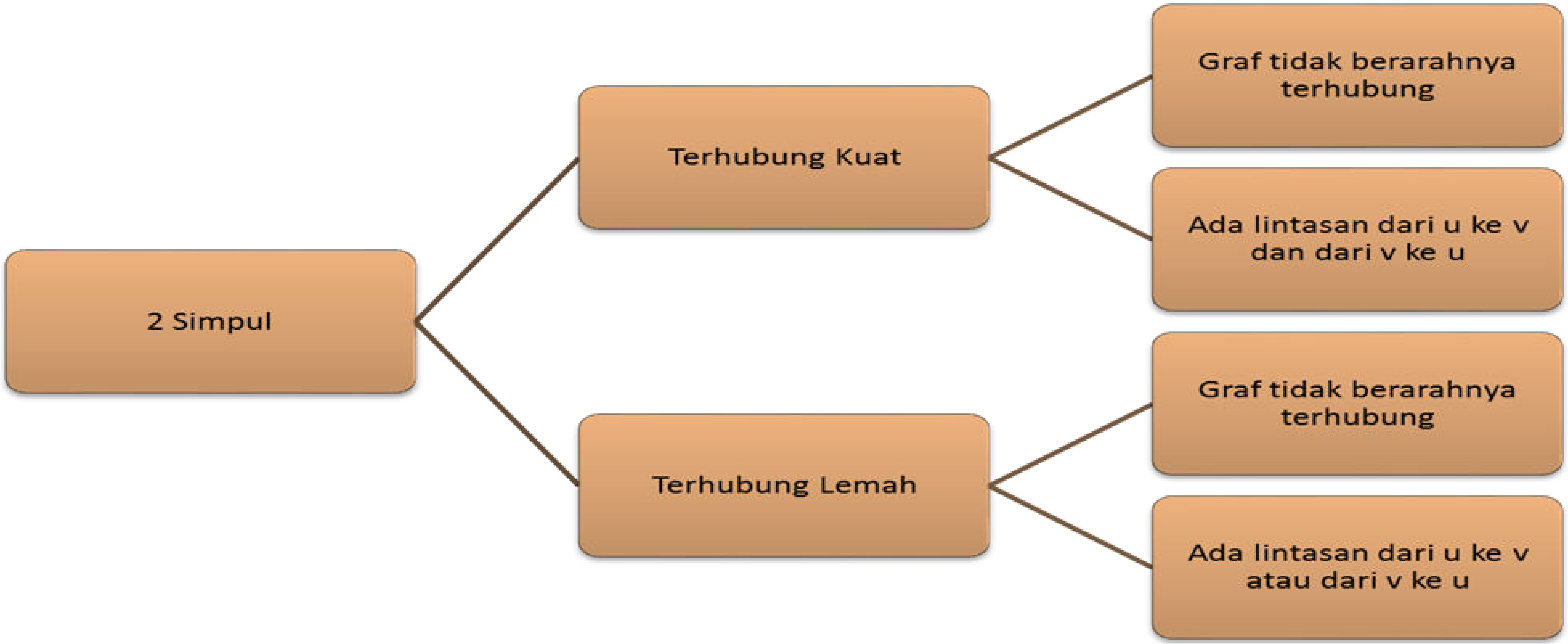
Graf berarah G dikatakan **graf terhubung** jika graf tidak berarahnya terhubung (dengan jalan menghilangkan arahnya)



Terhubung (Lanjutan)



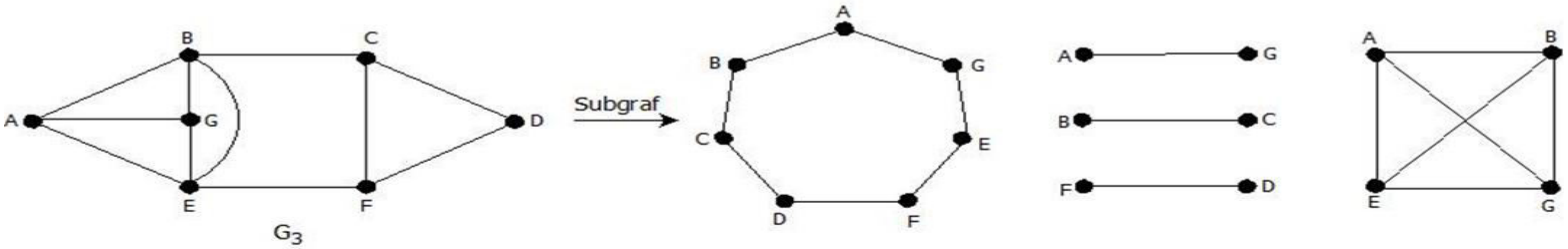
Terhubung (Lanjutan)

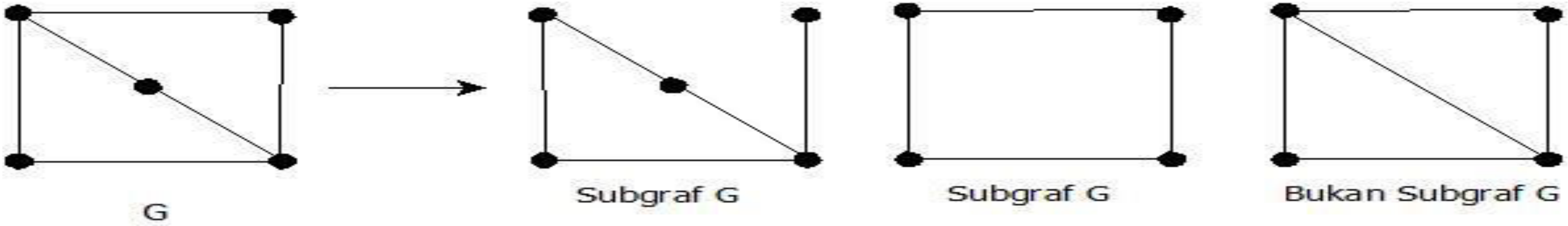


9. Subgraf

Misal $G = (V, E)$ sebuah graf,

$G_1 = (V_1, E_1)$ adalah subgraf dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$

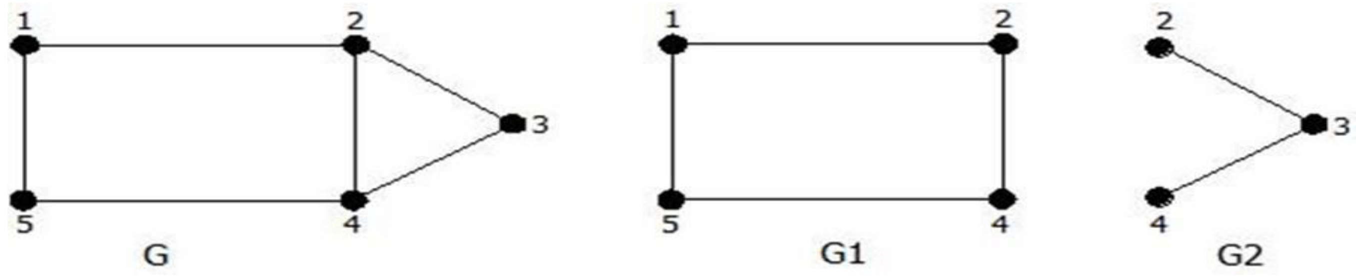




10. Komplemen

Komplemen dari subgraf G_1 terhadap graf G adalah graf $G_2 = (V_2,E_1)$ sedemikian sehingga $E_2 = E - E_1$ dan V_2 adalah himpunan simpul-simpul yang anggotanya bersisian dengannya.

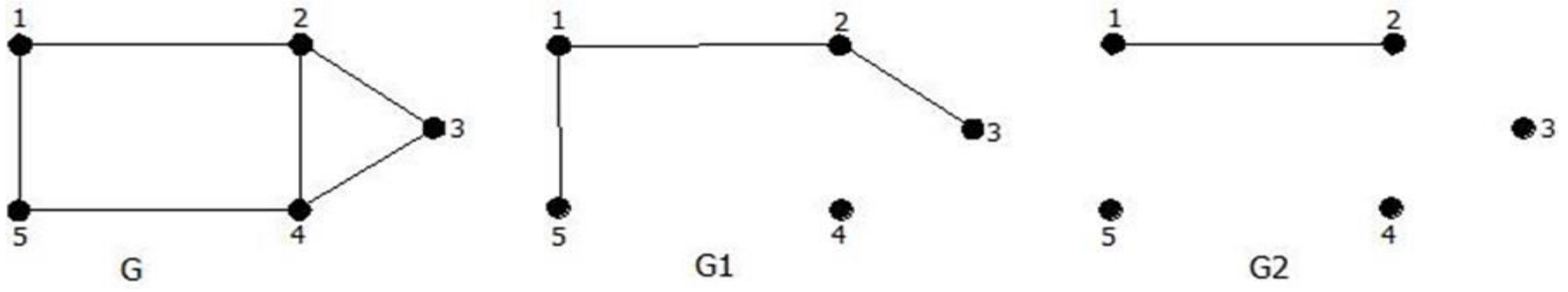
Contoh:



11. Subgraf Merentang

Subgraf $G_1 = (V_1, E_1)$ dari $G = (V, E)$ dikatakan subgraf merentang jika $V_1 = V$ (yaitu G_1 mengandung semua simpul dari G).

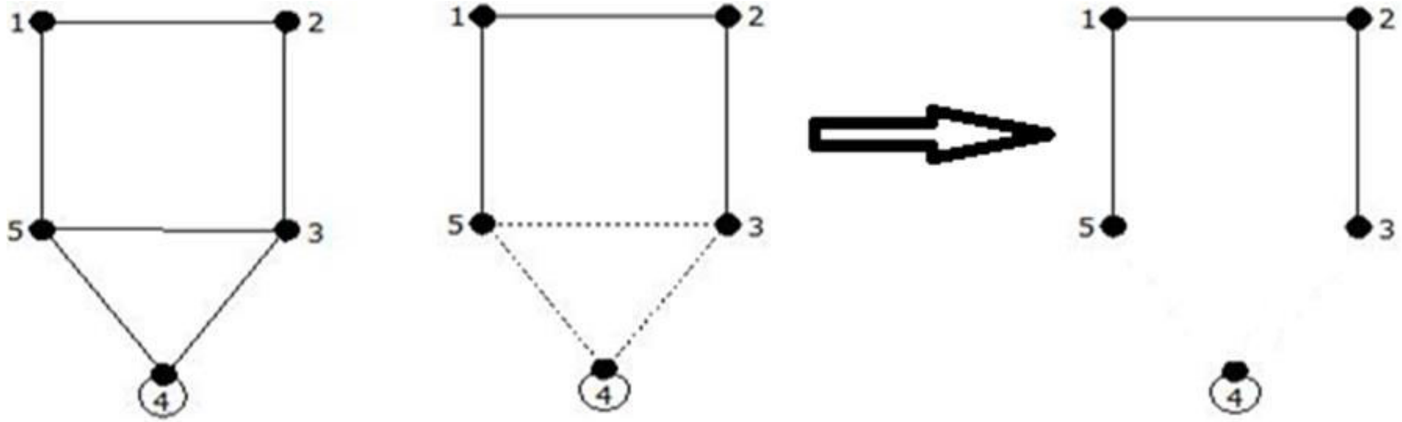
CONTOH:



12. Cutset

Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, *cut-set* selalu menghasilkan dua buah komponen terhubung

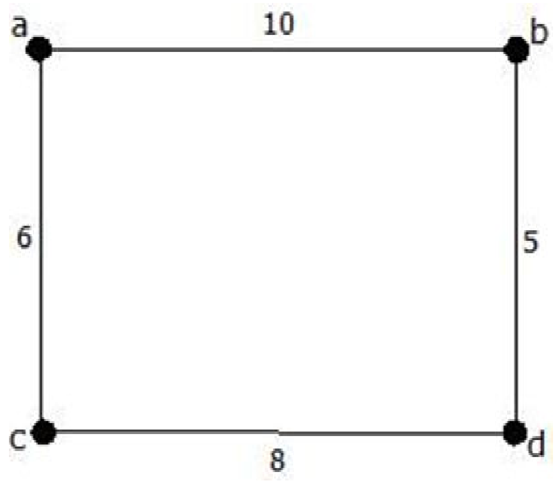
Contoh:



Cut-Set = {(3,5), (4,5), (3,4)}

13. Graf Berbobot

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

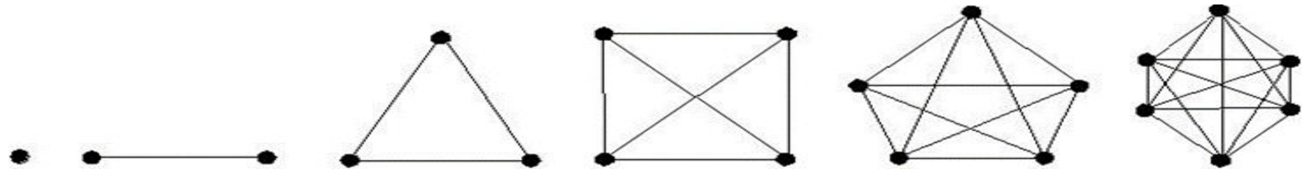


Bobot:

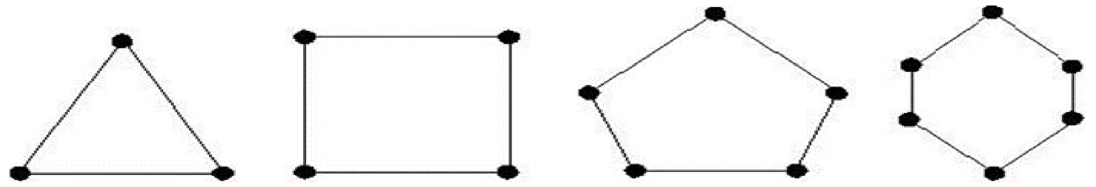
- jarak antara dua buah tempat
- biaya perjalanan antara dua kota
- waktu tempuh pesan (dalam jaringan komputer)
- ongkos produksi
- dll

Beberapa Graf Sederhana Khusus

1. Graf Lengkap (*Complete Graph*)



2. Graf Lingkaran



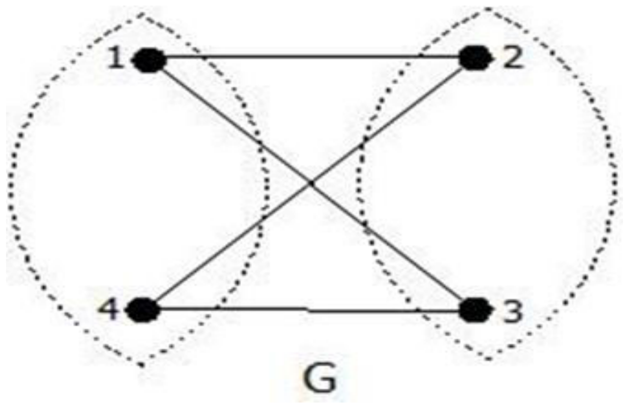
3. Graf Teratur

   Contoh: Graf lengkap dan graf lingkaran

Beberapa Graf Sederhana Khusus

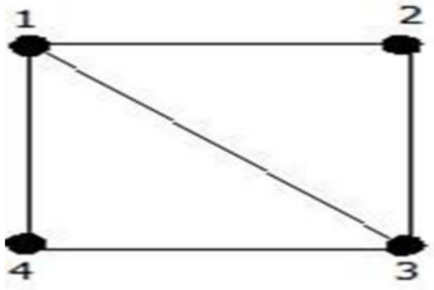
4. **Graf Bipartit (*Bipartite Graph*)**

- Graf G yang himpunan simpulnya dapat dikelompokkan menjadi dua himpunan bagian V_1 dan V_2, sehingga setiap sisi di dalam G menghubungkan sebuah simpul di V_1 ke sebuah simpul di V_2, sementara simpul-simpul di V_1 tidak bertetangga satu sama lain, demikian juga simpul-simpul di V_2
- Notasi untuk graf bipartit: $G(V_1, V_2)$
- Contoh: $V = \{1, 2, 3, 4\}$, $V_1 = \{1, 4\}$, $V_2 = \{2, 3\}$

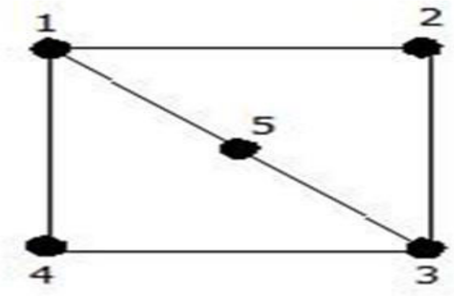


Latihan

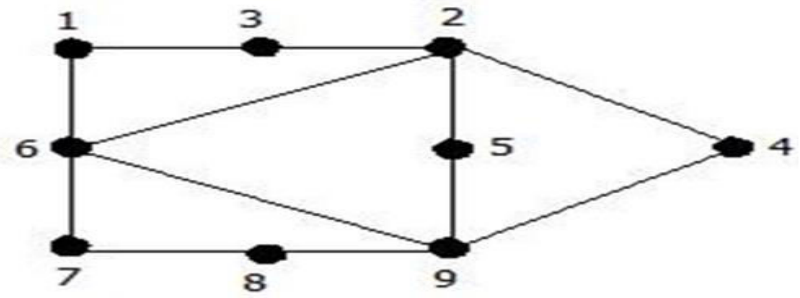
Selidiki apakah graf berikut merupakan graf bipartit atau bukan.



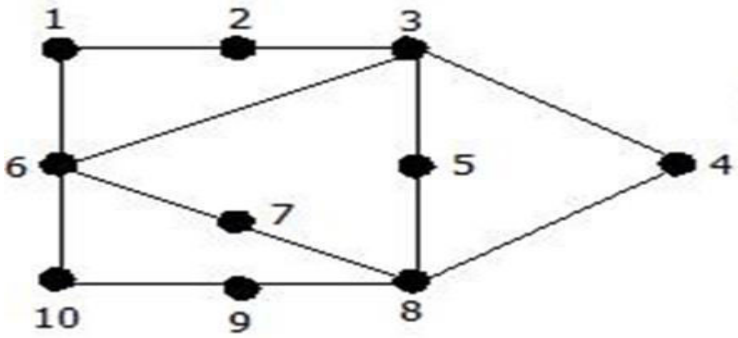
G1



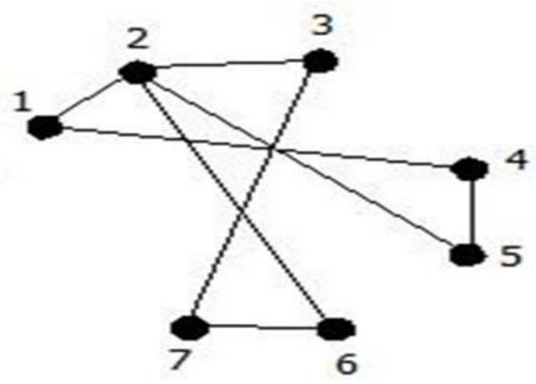
G2



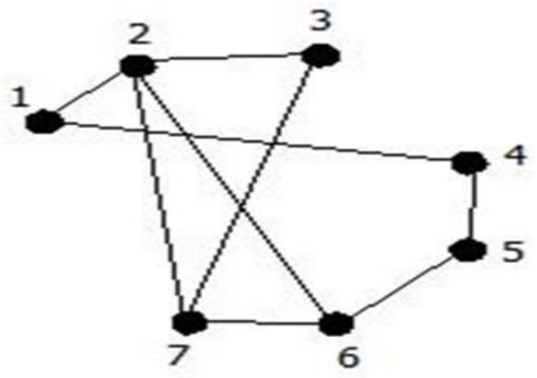
G3



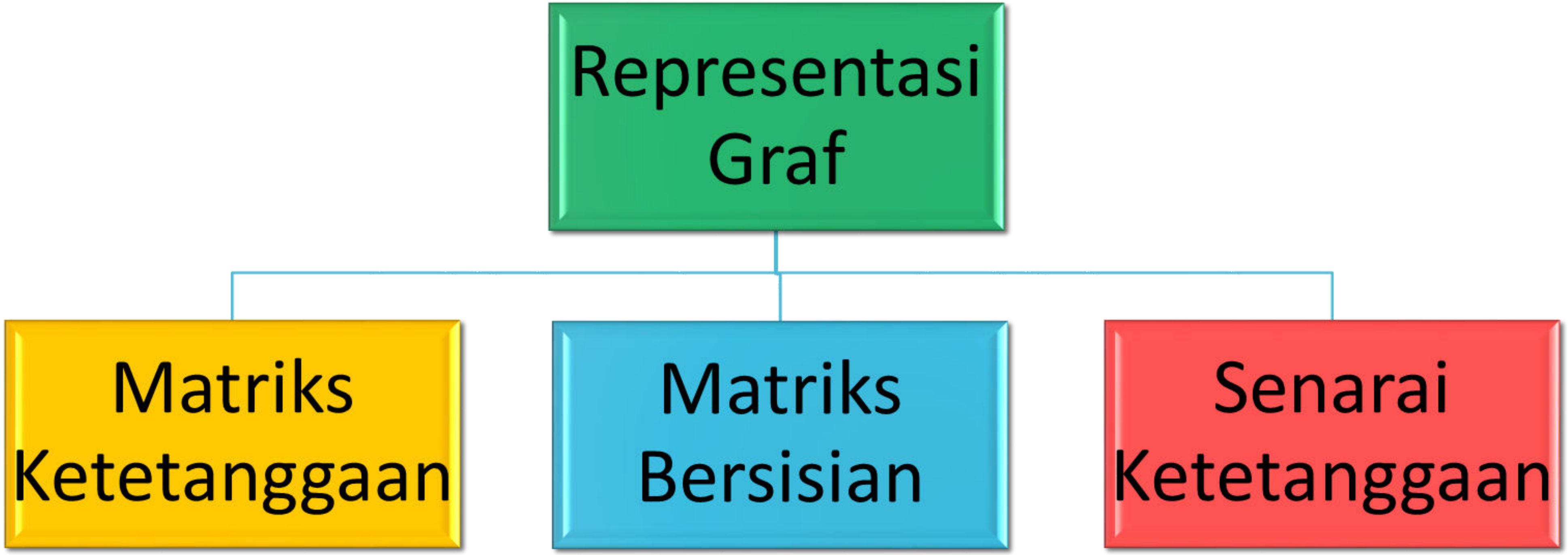
G4



G5



G6


Representasi Graf
Matriks Ketetanggaan
Matriks Bersisian
Senarai Ketetanggaan

1. Matriks Ketetanggaan (*Adjacency Matrix*)

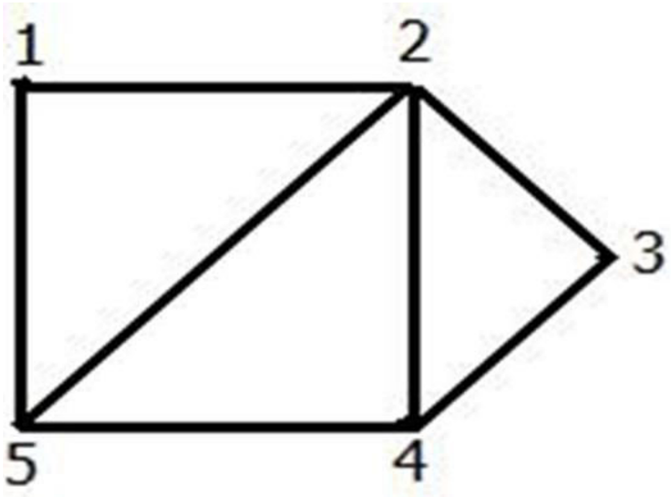
- Misal G adalah graf dengan n simpul yang diberi label $v_1, v_2, \ldots, v_n$ untuk setiap i dan j dengan $1 \leq i, j \in N$ didefinisikan matriks ketetanggaan berukuran nxn yaitu $A = [a_{ij}]$ sebagai berikut:

$$A = \left[a_{ij}\right] = \begin{cases} 1, \text{ jika simpul } i \text{ dan } j \text{ bertetangga} \\ 0, \text{ jika simpul } i \text{ dan } j \text{ tidak bertetangga} \end{cases}$$

Matriks ketetanggaan yang entrinya (a_{ij}) hanya 0 dan 1 disebut juga matriks nol-satu.

Contoh:

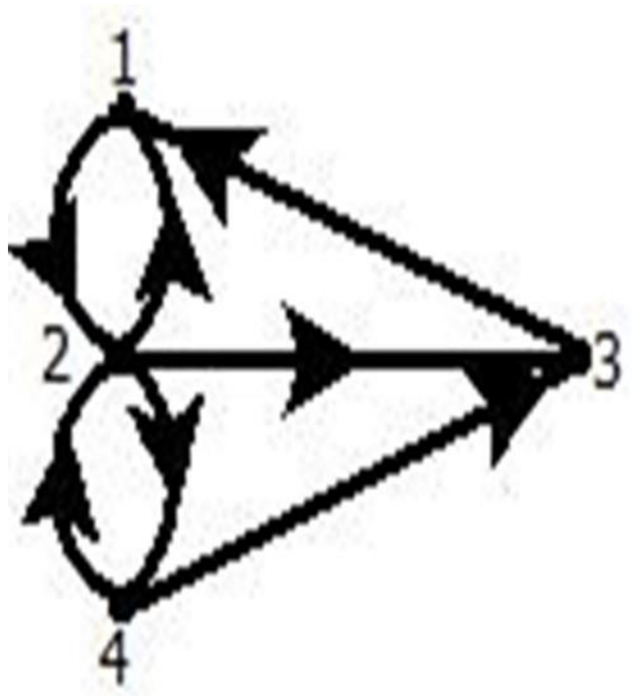
Perhatikan graf tidak berarah G berikut:



Matrik ketetanggaan dari G adalah:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Perhatikan graf berarah berikut:



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

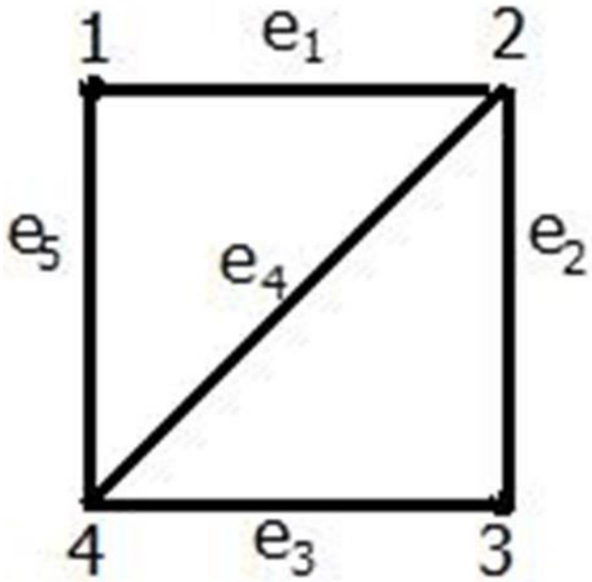
$$\begin{aligned} d_{in}(1) &= 2 \\ d_{out}(1) &= 1 \\ d(1) &= d_{in}(1) + d_{out}(1) \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

2. Matriks Bersisian (*Incidency Matrix*)

Misal G graf dengan *n* simpul yang diberi label $v_1, v_2, \ldots, v_n$ untuk setiap i dan j dengan $1 \leq i, j \in N$ didefinisikan matriks berukuran mxn yaitu B $= [b_{ij}]$ sebagai berikut:

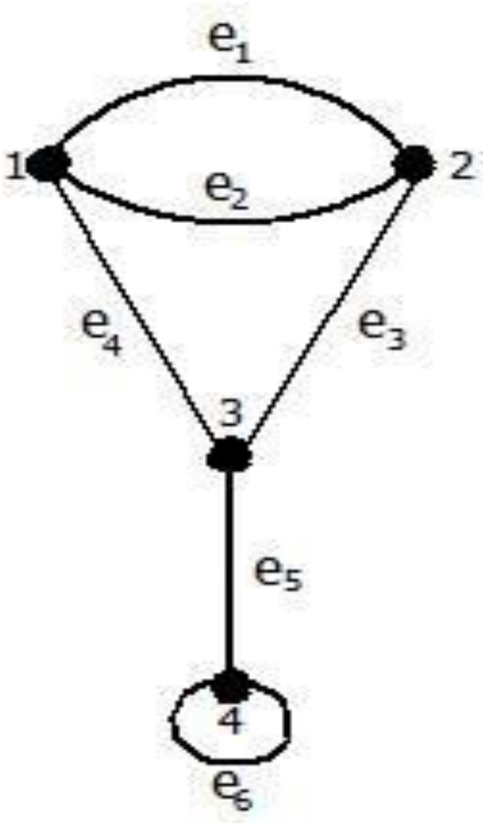
$$B = \left[b_{ij}\right] = \begin{cases} 1, \text{ jika simpul } i \text{ dan } j \text{ bersisian} \\ 0, \text{ jika simpul } i \text{ dan } j \text{ tidak bersisian} \end{cases}$$

Perhatikan graf G berikut:



$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

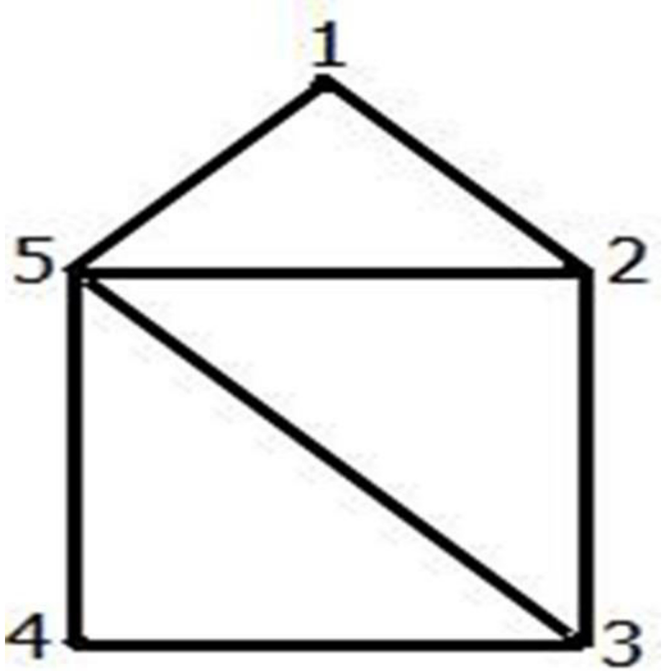
$$\begin{aligned} d(1) &= 1+0+0+0+1 \\ &= 2 \end{aligned}$$



$$B=\begin{pmatrix}1&1&0&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}d(4)&=1+2(1)\\&=3\end{aligned}$$

3. Senarai Ketetanggaan (*Adjacency List*)



1 : 2, 5
2 : 1, 3, 5
3 : 2, 4, 5
4 : 3, 5
5 : 1, 2, 3, 4

Daftar Pustaka

Goodaire, Edgar G. & Parmenter, Michael M. (1998). *Discrete Mathematics with Graph Theory*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Munir, Rinaldi. (2012). *Matematika Diskrit* (Revisi ke-5). Bandung: Penerbit Informatika.