



PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN SAINS

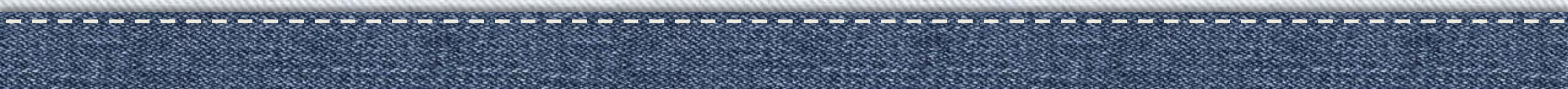
GRAF-6: APLIKASI TEORI GRAF

MATEMATIKA DISKRIT

Dr. Rippi Maya, M.Pd.



Masalah Lintasan Terpendek:

1. Persoalan Pedagang Keliling
 2. Persoalan Tukang Pos Cina
- 

MASALAH LINTASAN TERPENDEK



Lintasan terpendek di dalam graf merupakan salah satu persoalan optimasi. Graf yang digunakan adalah graf berbobot (*weighted graph*). Asumsi yang digunakan adalah bahwa semua bobot bernilai positif. Terpendek berarti meminimisasi bobot pada suatu lintasan di dalam graf.

Macam-macam masalah lintasan terpendek



1. Lintasan terpendek antara dua buah simpul tertentu
2. Lintasan terpendek antara semua pasangan simpul
3. Lintasan terpendek dari simpul tertentu ke semua simpul yang lain
4. Lintasan terpendek antara dua buah simpul yang melalui beberapa simpul tertentu.

Algoritma Dijkstra



Algoritma Dijkstra digunakan untuk mencari lintasan terpendek (S.P = *Shortest Path*) dan jarak terpendek (S.D = *Shortest Distance*) dari suatu simpul tertentu ke simpul lainnya.

Misalkan ada suatu graf berbobot dengan simpul awal A dan simpul akhir E.

Tahap 1: beri label A dengan (, 0)

ALGORITMA DIJKSTRA (lanjutan)



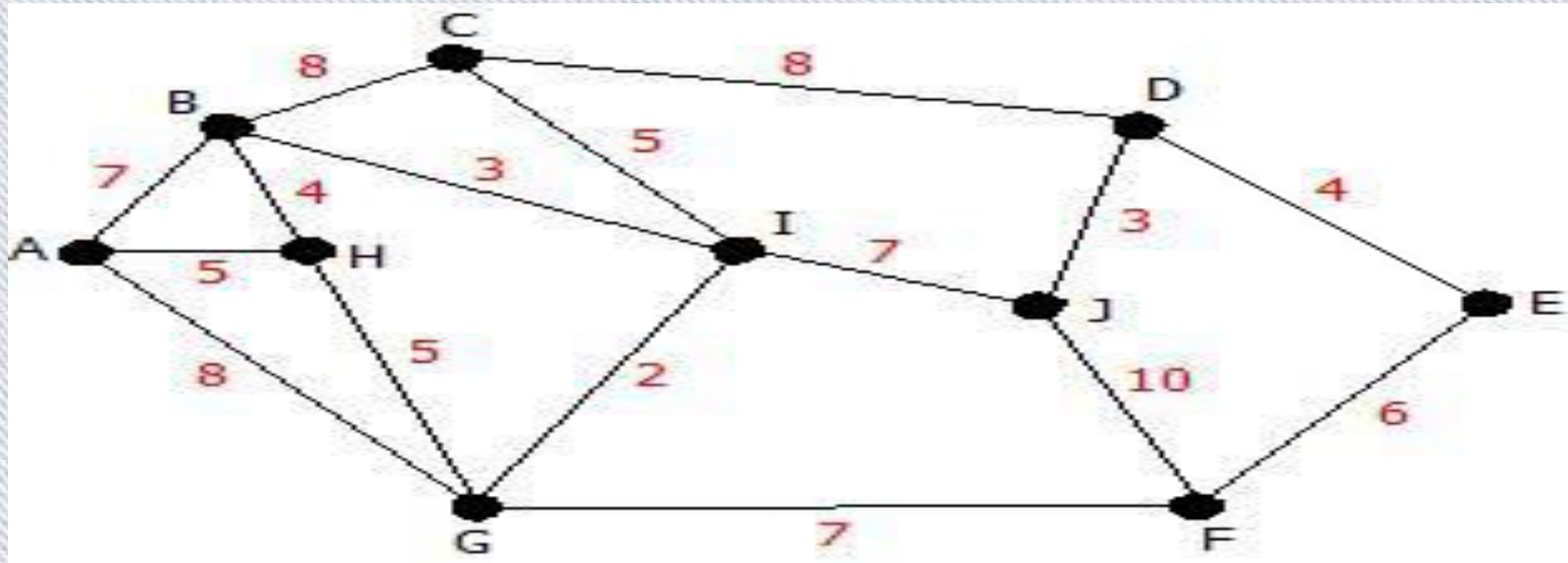
Tahap 2:

1. Untuk setiap simpul u , misal u mempunyai label (x, d) dengan:
 - x = simpul awal
 - d = jarak terpendek dari A
2. Untuk setiap simpul tidak berlabel v yang bertetangga dengan u hitung $d + w(e)$, dengan e = sisi uv dan $w(e)$ = bobot sisi e
3. Ambil simpul berlabel u , dan simpul tetangga tidak berlabel v , yang jumlah $d' = d + w(e)$ minimum dan nyatakan v dengan label (u, d') . Beri label semua simpul yang berkaitan, yang jumlah $d + w(e)$ nya minimum. Jika suatu simpul dapat diberi label (x, d') untuk beberapa simpul x , pilih salah satu.
4. Ulangi terus tahap 2 sampai simpul E diberi label atau tidak ada lagi simpul yang diberi label.

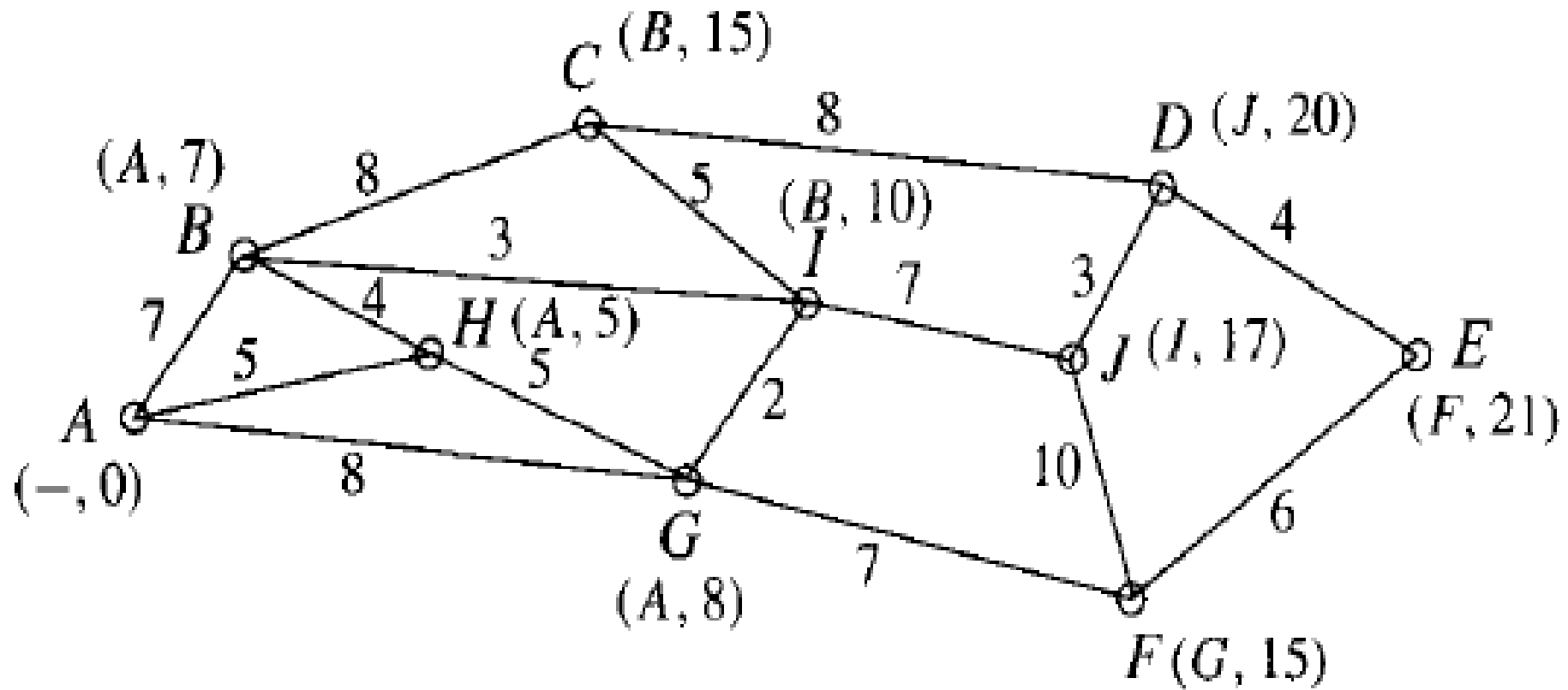
CONTOH:



Tentukan SD dan SP dari graf berikut:



SOLUSI

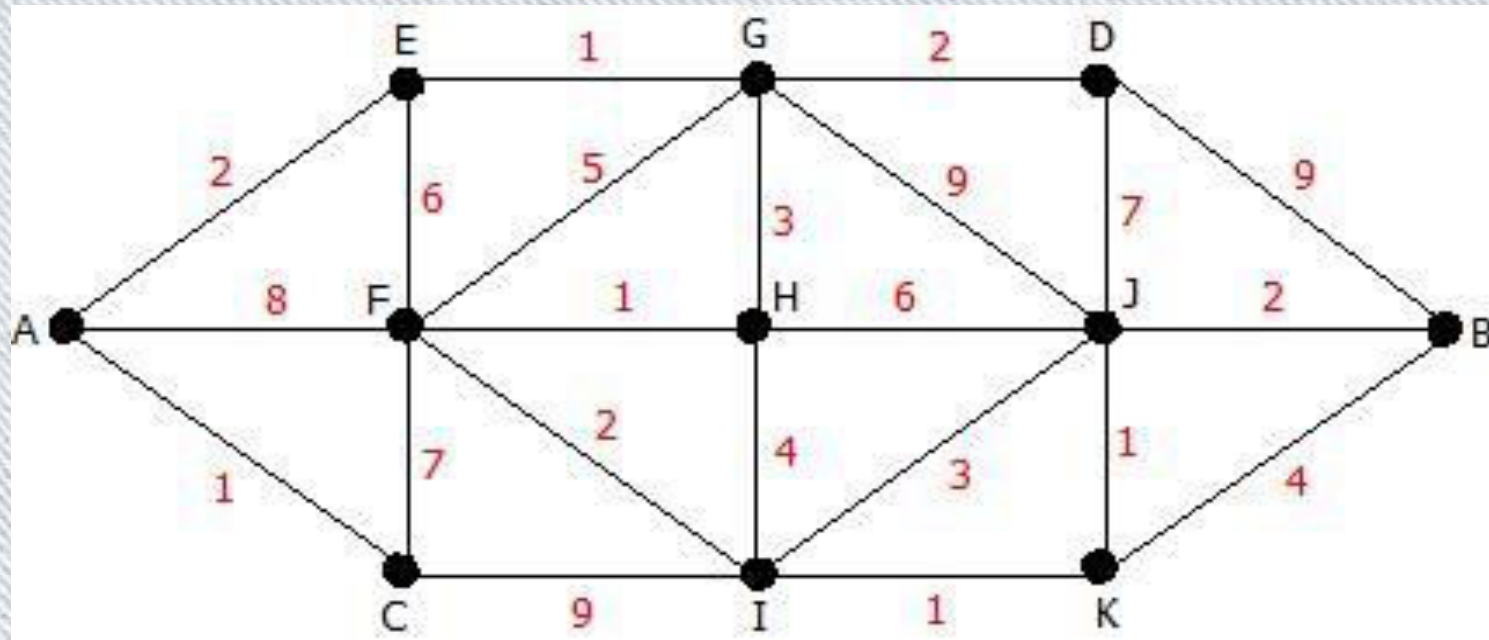


LATIHAN

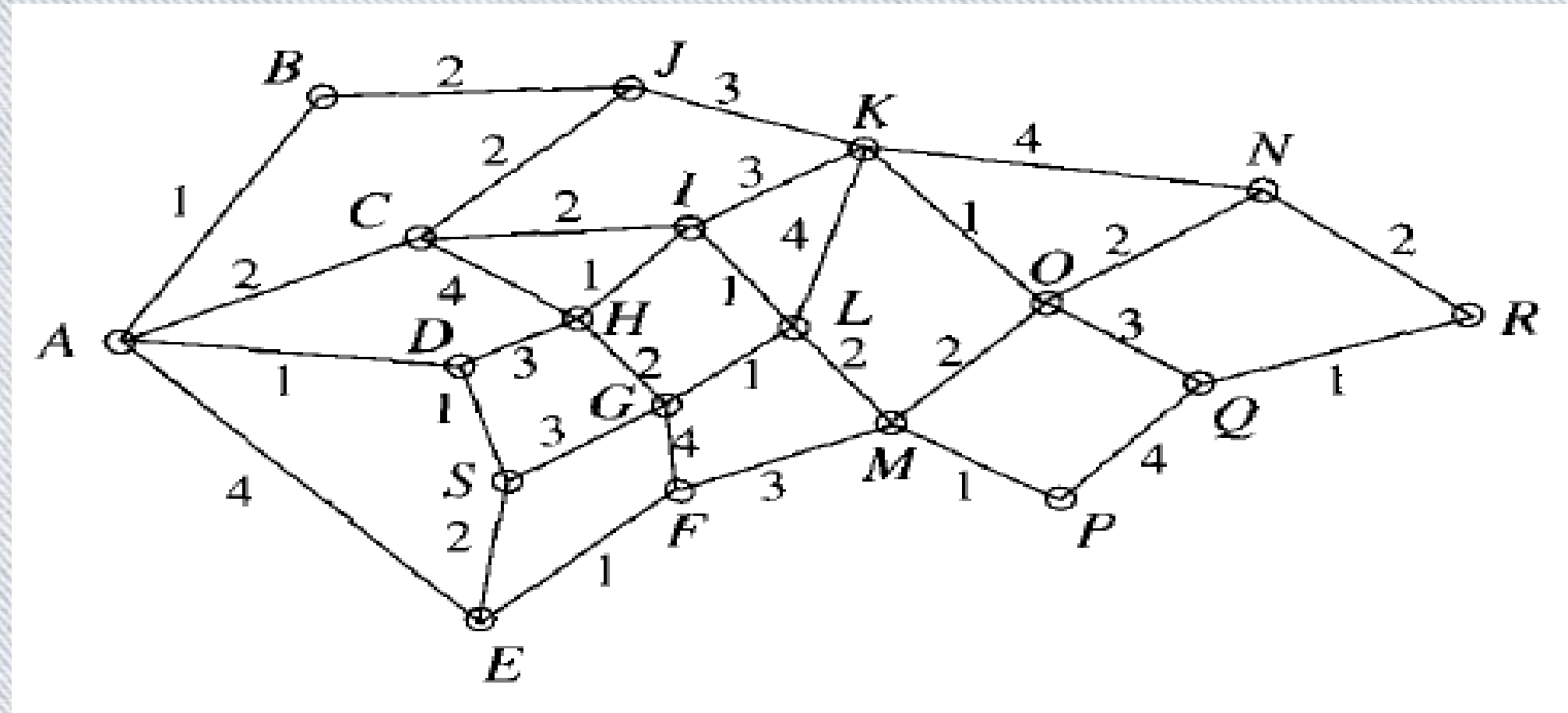


Tentukan jarak terpendek (SD) dan lintasan terpendek (SP) dari graf berikut:

1.



2. Tentukan jarak terpendek (SD) dan lintasan terpendek (SP) dari graf berikut:



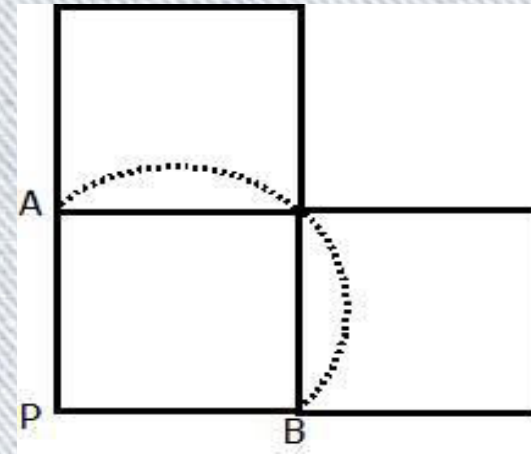
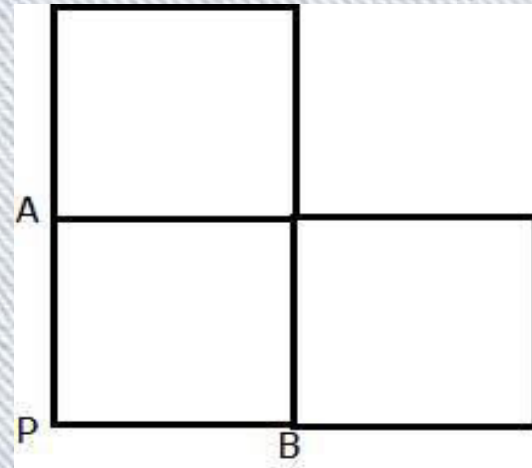
Masalah Tukang Pos Cina



Masalah tukang pos Cina dikemukakan pertama kali oleh H.E Dudency (1517), lalu dikaji secara mendalam oleh matematikawan China yang bernama Mei-Ko Kwan (Meigo Guan).

Misalkan seorang tukang pos berangkat dari kantor posnya untuk mengantarkan surat dan barang-barang pos lainnya tersebut ke alamat yang dituju. Tukang pos tersebut harus melewati semua rute/jalan, darimanapun letak kantor posnya. Bagaimana rencana tukang pos untuk meminimalkan jarak rutenya?

Perhatikan graf berikut:



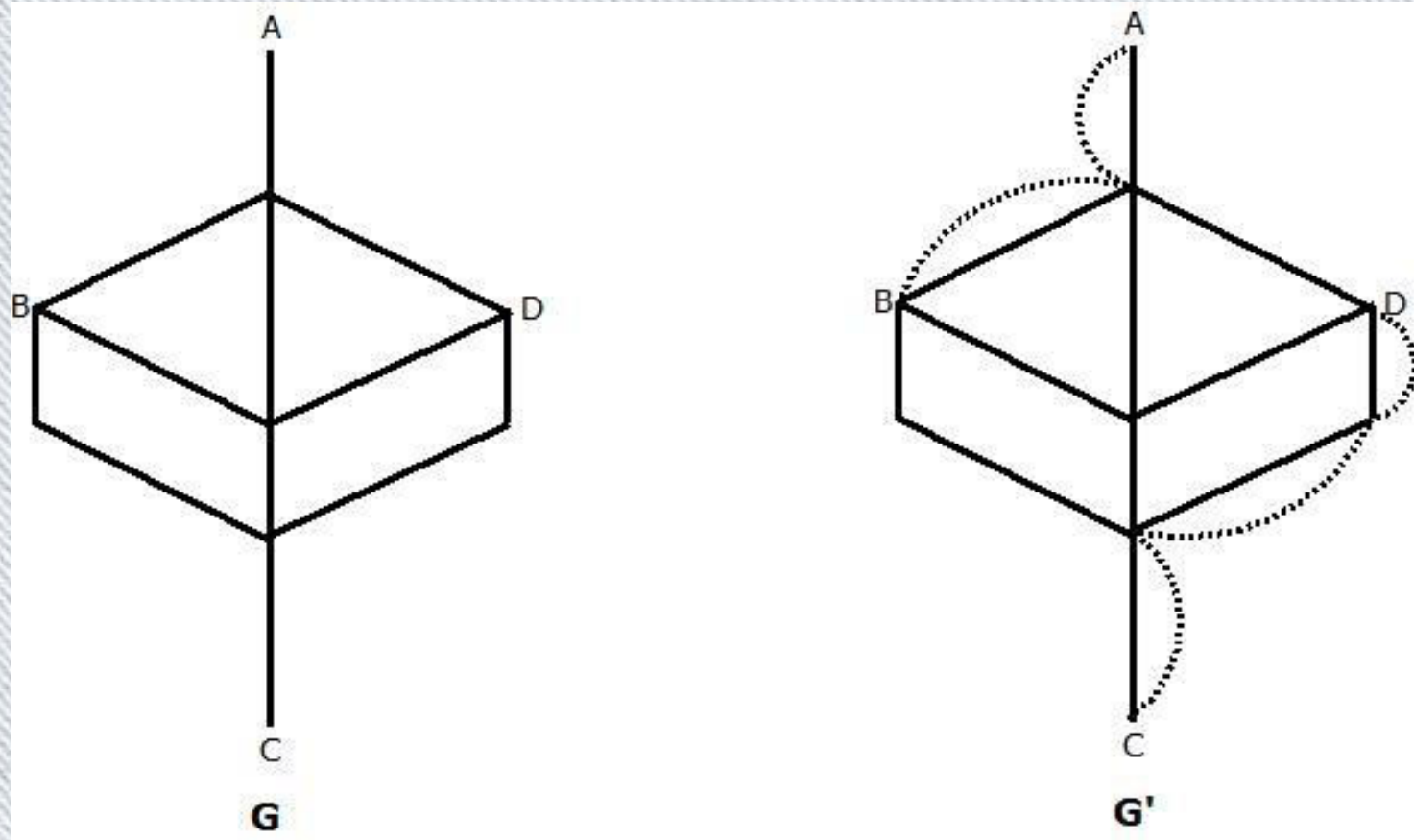
Algoritma masalah tukang pos digunakan untuk menentukan Pseudograf Euler (“Eulerian”) yang berbobot minimum dengan menduplikasi sisi pada graf terhubung berbobot G .

Algoritma Masalah Tukang Pos



Tahap 1	Tentukan semua simpul berderajat ganjil di G
Tahap 2	Bentuk pasangan simpul-simpul berderajat ganjil ke dalam partisi-partisi $\{V_1, W_1\}, \{V_2, W_2\}, \dots, \{V_n, W_n\}$ dan tentukan panjang lintasan terpendek antara V_i dan W_i dan tambahkan panjangnya
Tahap 3	Ambil partisi yang jumlahnya minimal di tahap 2 dan untuk setiap pasang (V_i, W_i) simpul dalam partisi ini diduplikasi sisi-sisi sepanjang lintasan terpendek dari V_i ke W_i

CONTOH:



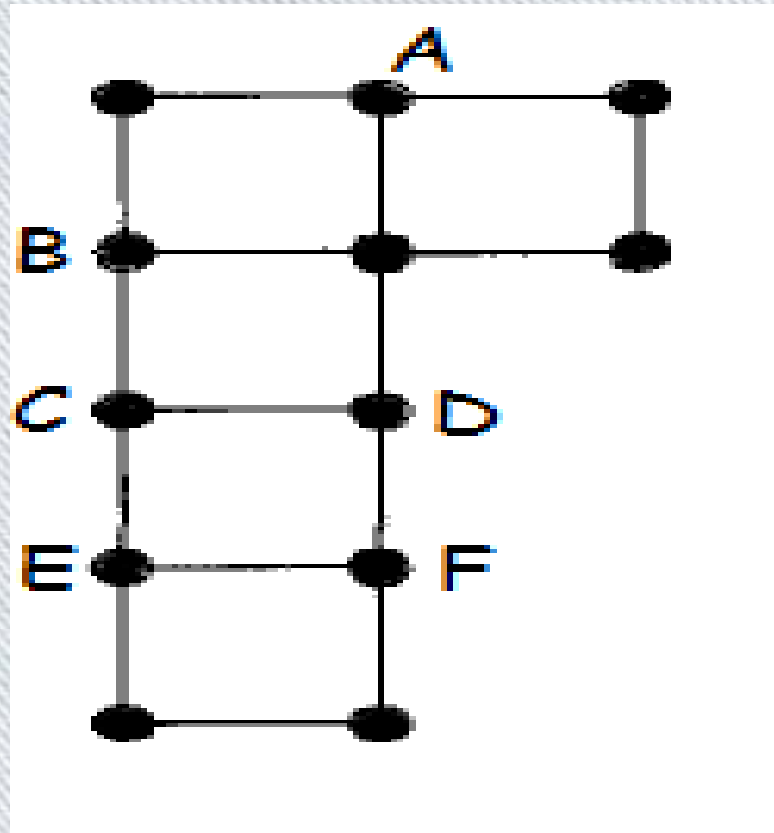
CONTOH:



Partisi ke dalam pasangan-pasangan	Jumlah panjang lintasan terpendek
$\{A,B\}, \{C,D\}$	$2 + 3 = 5^*$
$\{A,C\}, \{B,D\}$	$4 + 2 = 6$
$\{A,D\}, \{B,C\}$	$2 + 3 = 5^*$



Carilah jumlah jarak lintasan terpendek dari pasangan partisi simpul-simpul dan gambarlah pseudografnya





Partisi ke dalam pasangan-pasangan	Jumlah panjang lintasan terpendek
{A,B} , {C,D}, {E,F}	$2 + 1 + 1 = 4$
{A,B} , {C,E}, {D,F}	$2 + 1 + 1 = 4$
{A,B} , {D,E}, {C,F}	$2 + 2 + 2 = 6$
{A,C} , {B,D}, {E,F}	
{A,C} , {B,E}, {D,F}	
{A,C} , {B,F}, {D,E}	
{A,D} , {B,C}, {E,F}	$2 + 1 + 1 = 4$
{A,D} , {B,E}, {C,F}	
{A,D} , {B,F}, {C,E}	
{A,E}, {B,C}, {D,F}	
{A,E}, {B,D}, {C,F}	
{A,E}, {B,F}, {C,D}	
{A,F}, {B,C}, {E,D}	
{A,F}, {B,D}, {C,E}	
{A,F}, {B,E}, {C,D}	

ALHAMDULILLAH

