Materi Geo Euclides P2. 15-3-'21

GEOMETRI

EUCLIDES BIDANG

Geometri Euclides pada bidang, selanjutnya kiita sebut sebagai geometri Euclides. Adalah geometri yang secara khusus bekerja hanya pada bidang.

Titik Garis Segmen Garis dan sinar

Suatu bidang yang padanya diberlakukan geometri Euclides adalah sebuah himpunan yang unsur-unsur tak terdefinisikannya dinamakan titik. Inilah bidang Euclides, apabila pada himpunan titik-titik ini kita berlakukan suatu struktur geometri yang terbagi atas unsur-unsur tak terdefinisi macam-macam aksioma definisi-definisi dan teorema-teorema.

Unsur-unsur tak terdefinisi adalah titik dan himpunan-himpunan bagian bidang yang dinamakan garis.

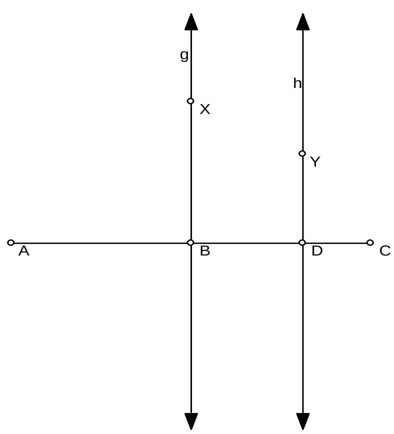
- Sistem aksioma insidensi
- Sebuah garis kumpulan titik titik yang tak kosong dan mengandung sedikitnya 2 titik
- Kalau ada dua titik, maka ada tepat sebuah garis yang memuat dua titik tersebut
- Ada tiga titik yang tak semua terletak pada satu garis
- Sistem aksioma urutan, yang mengatur konsep urutan tiga titik pada sebuah garis, konsep setengah garis
  (sinar), dan konsep ruas garis.
- Sistem aksioma kekonggruenan, yang mengatur kekongruenan dua ruas garis, kekongruenan dua segitiga, cst.
- Aksioma kekontiniuan (aksioma archimedes) yang mengatakan bahwa apabila $a,b \in R^+$ dengan $a < b$ maka ada bilangan asli n sehingga $na > b$.
- Aksioma kesejajaran Euclides yang menyatakan bahwa apabila ada dua garis a dan b yang // dan dipotong garis ketiga c dititik $A \in a$ dan titik $B \in b$ sehingga jumlah besarnya dua sudut dalam sepihak di A dan B kurang dari 180^0, maka a dan b akan berpotongan pada bagian bidang yang terbagi oleh garis c yang memuat kedua sudut dalam sepihak itu

Catatan :

Setelah lebih 2000 tahun, sifat yang setara dengan aksioma kesejajaran Euclides adalah aksioma Playfair (abad XIX). Aksioma ini adalah sebagai berikut; adaikan ada garis g dan sebuah titik $P \in g$. maka ada tepat satu garis h melalui P yang sejajar dengan garis g.

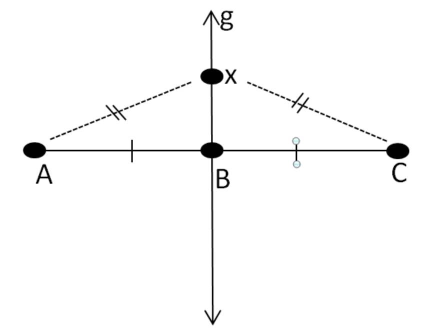
Dengan adanya aksioma ini, apabila aksioma Euclides dianggap sebagai aksioma, berarti sifat Playfair dapat dibuktikan dan apabila aksioma Playfair dianggap sebagai aksioma, maka sifat yang terkandung dalam aksioma Euclides dapat dibuktikan. Apabila sebuah geometri hanya memenuhi aksioma pertama hingga keempat, geometri tsb dinamakan geometri netral (geomteri absolut). Apabila dalam geometri netral juga memberlakukan akisoma yang mengatakan bahwa melalui sebuah titik P diluar sebuah garis g ada lebih dari satu garis yang sejajar g, maka geometri ini dinamakan geometri Lobachevsky (Rusia abad XVIII). Ini adalah salah satu contoh geometri non Euclides, yaitu geometri yang tidak menganut aksioma kesejajaran Euclides.

Dalam sebuah geometri yang menganut semua sistem aksioma di atas dapat dibuktikan bahwa jumlah besarnya sudut-sudut dalam setiap segi tiga adalah sama dengan besarnya sudut lurus. Dan apabila tanpa aksioma terakhir ditambah aksioma kesejajaran Lobachevsky jumlah itu kurang dari sudut lurus. Selanjutnya dalam geometri netral jumlah tersebut adalah kurang atau sama dengan besarnya sudut lurus.



andai $\overline{AC}$ sebuah ruas garis dan B titik tengah ruas garis itu. Andai g sebuah garis yang melalui B dan yang tegak lurus pada $\overline{AC}$. Apabila sebuah titik X ∈ g maka XA = XC (XA artinya panjang ruas garis AX), sehingga XA adalah sebuah bilangan real positif yang disebut jarak antara titik A dan titik X, dan apabila X=A berarti jarak ini sama dengan nol.

Membuktikan bahwa benar XA = XC; kita tarik ruas garis XA dan ruas garis XC (perhatikan sketsanya di bawah).



Perhatikan Δ ABX dan Δ CBX.

Maka berlakulah BA = BC, sebab B titik tengah $\overline{AC}$

BX = BX

Besar $\angle$ ABX = besar $\angle$ CBX, sebab B $\perp$ $\overline{AC}$

Dengan demikian maka Δ ABX $\cong$ Δ CBX berdasar sifat kekongruenan dua segi tiga aturan S - Sd - S (sisi -sudut -sisi).