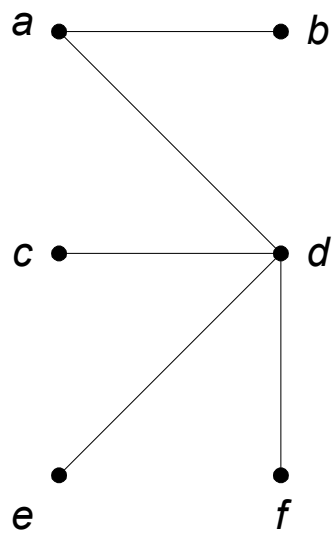


## BAB 4. POHON

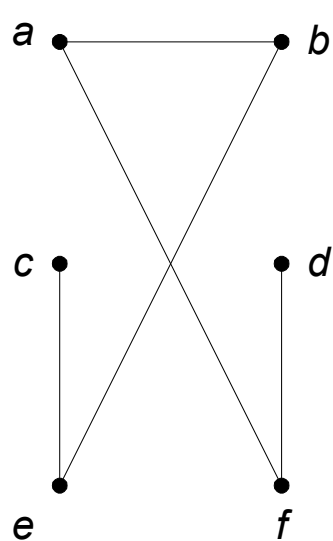
Dr. Rippi Maya, S.Si., M.Pd.  
Wildatus Sholihah, S.Pd., M.Si.P.

# Definisi

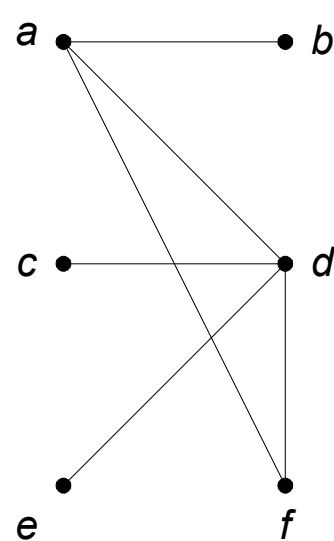
**Pohon** adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit



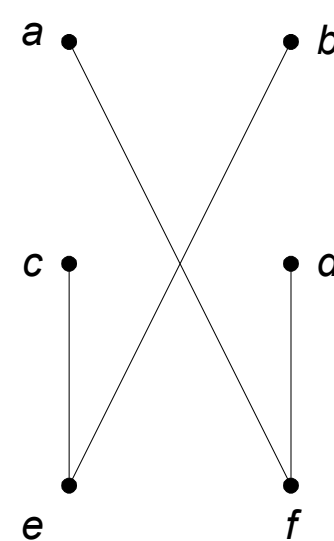
pohon



pohon



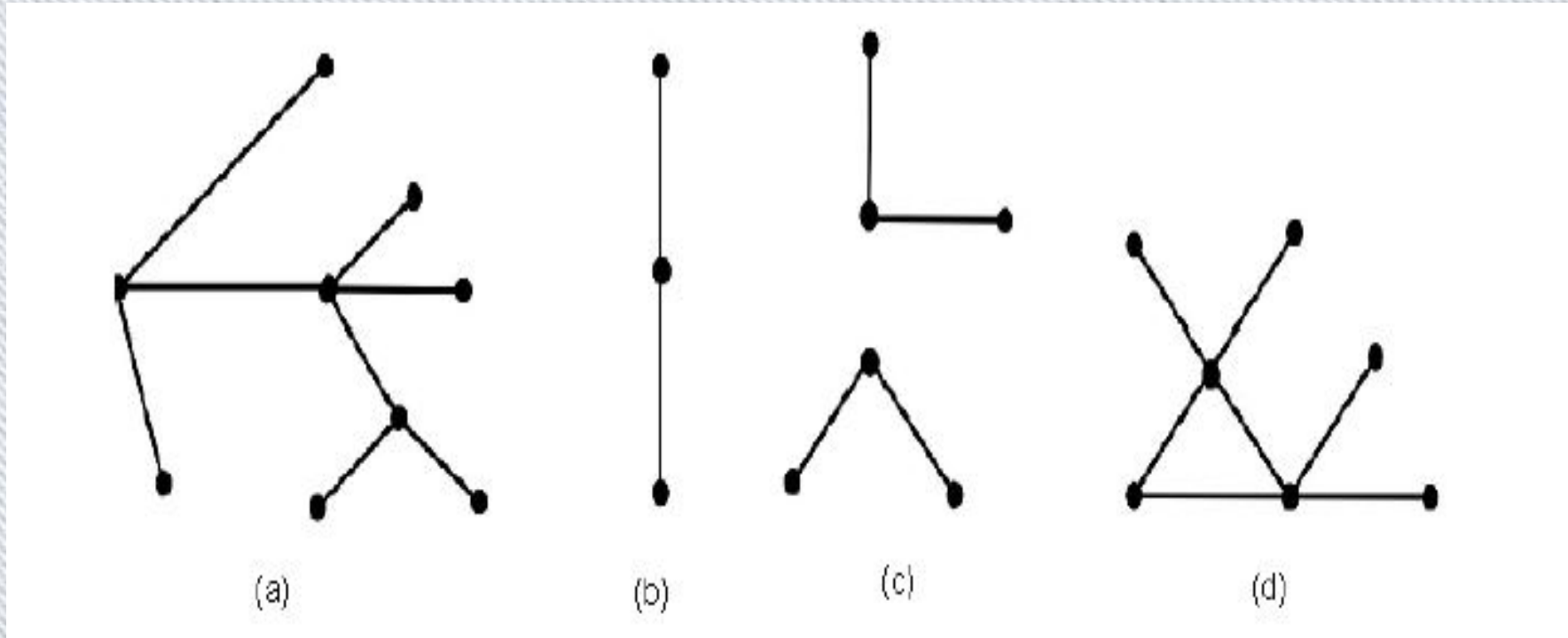
bukan pohon



bukan pohon

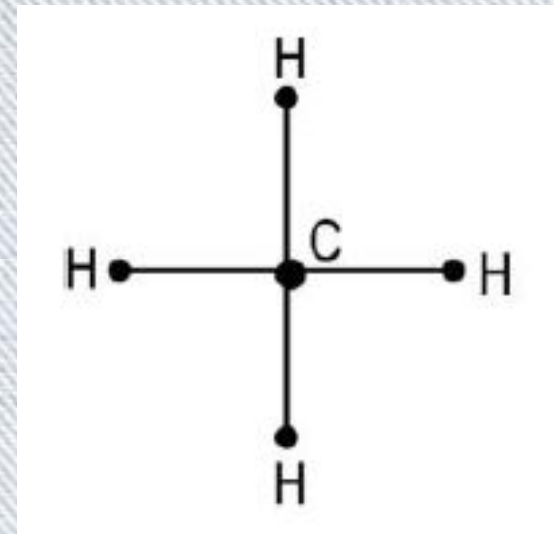
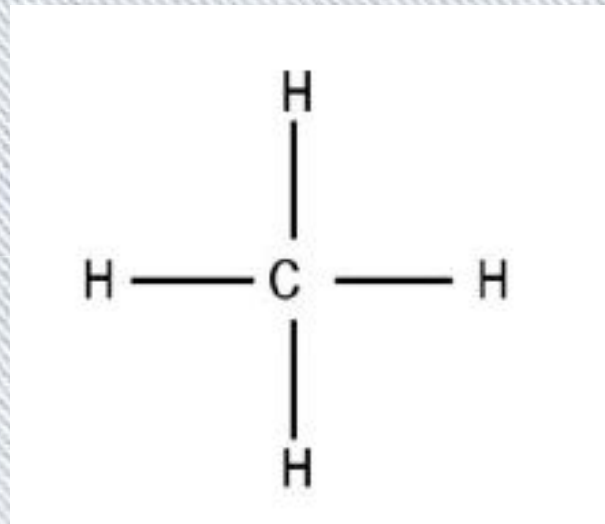


# Manakah yang merupakan Graf Pohon ?





Pada Tahun 1857, Arthur Cayley mempelajari hidrokarbon, ikatan kimia yang terbentuk dari atom hidrogen dan karbon. Dia mengetahui bahwa atom hidrogen terikat (secara kimia) dengan satu atom yang lainnya, dan setiap atom karbon terikat dengan empat atom lainnya.

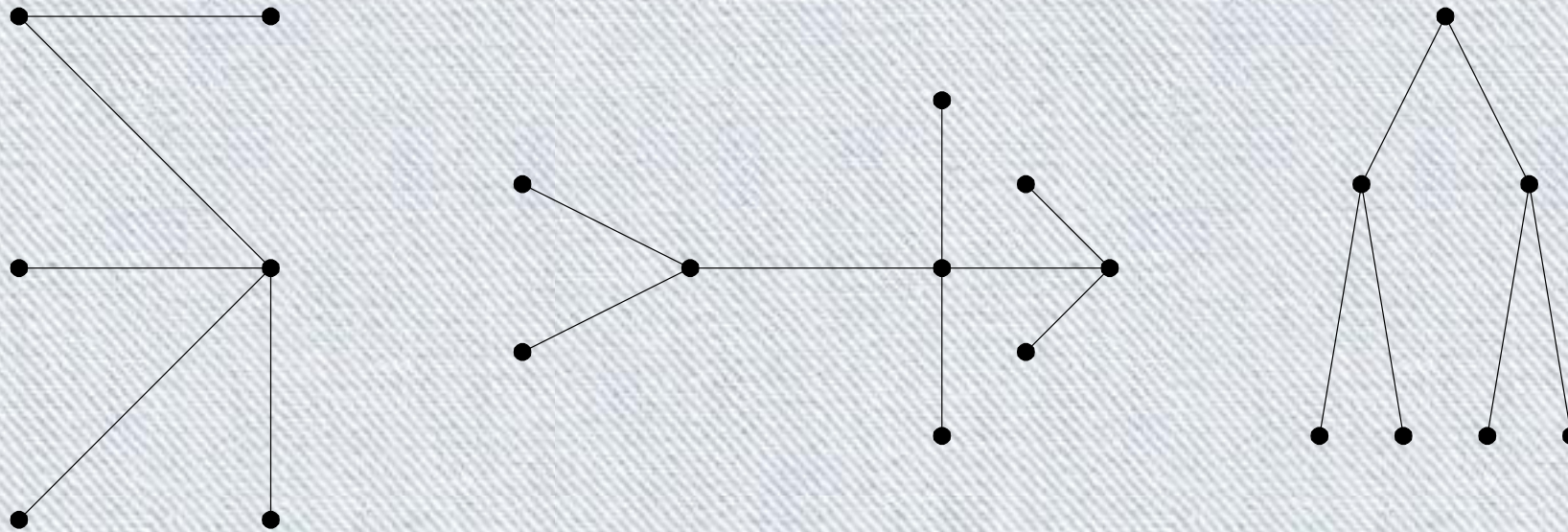




**Hutan** (*forest*) adalah

- Kumpulan pohon yang saling lepas, atau
- Graf tidak terhubung yang tidak mengandung sirkuit.

Setiap komponen di dalam graf terhubung tersebut adalah pohon.



Hutan yang terdiri dari tiga buah pohon



# Sifat-sifat (properti) pohon

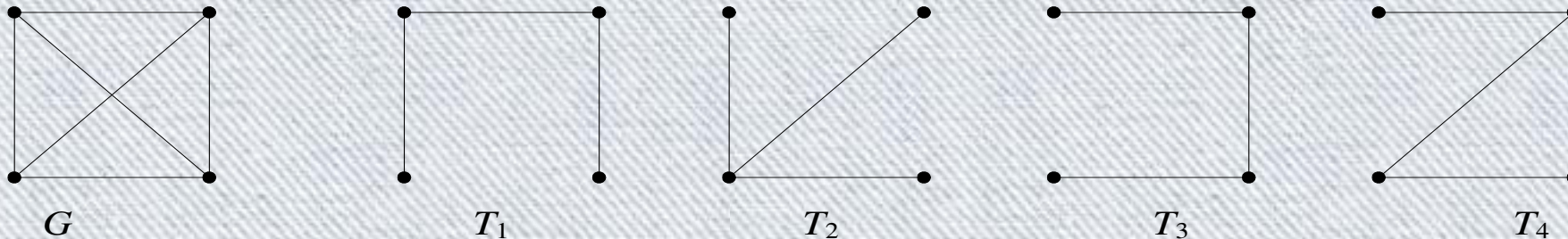


- **Teorema.** Misalkan  $G = (V, E)$  adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya  $n$ . Maka, semua pernyataan di bawah ini adalah ekuivalen:
  1.  $G$  adalah pohon.
  2. Setiap pasang simpul di dalam  $G$  terhubung dengan lintasan tunggal.
  3.  $G$  terhubung dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi.
  4.  $G$  tidak mengandung sirkuit dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi.
  5.  $G$  tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
  6.  $G$  terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.
- Teorema di atas dapat dikatakan sebagai definisi lain dari pohon.



# Pohon Merentang (*spanning tree*)

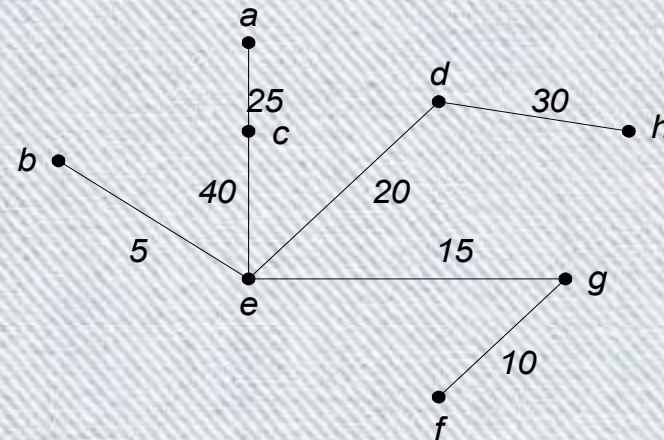
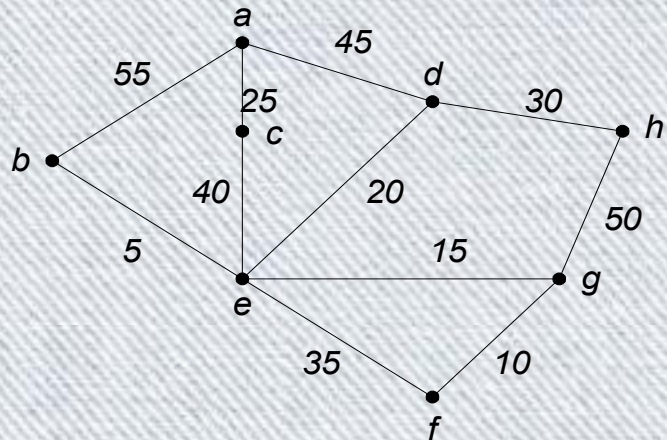
- Pohon merentang dari graf terhubung adalah subgraf/upagraf merentang yang berupa pohon.
- Pohon merentang diperoleh dengan memutus sirkuit di dalam graf.



- Setiap graf terhubung mempunyai paling sedikit satu buah pohon merentang.
- Graf tak-terhubung dengan  $k$  komponen mempunyai  $k$  buah hutan merentang yang disebut hutan merentang (*spanning forest*).

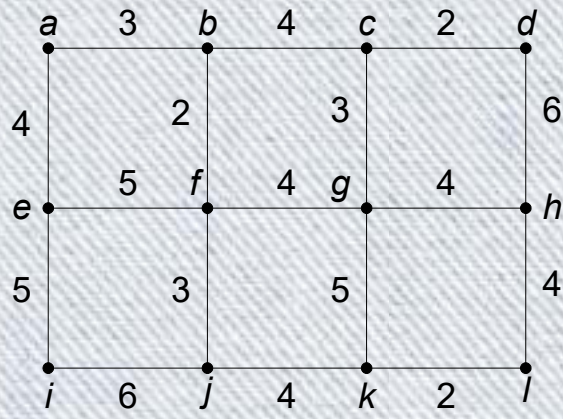
# Pohon Merentang Minimum

- Graf terhubung-berbobot mungkin mempunyai lebih dari 1 pohon merentang.
- Pohon merentang yang berbobot minimum –dinamakan **pohon merentang minimum** (*minimum spanning tree* ).

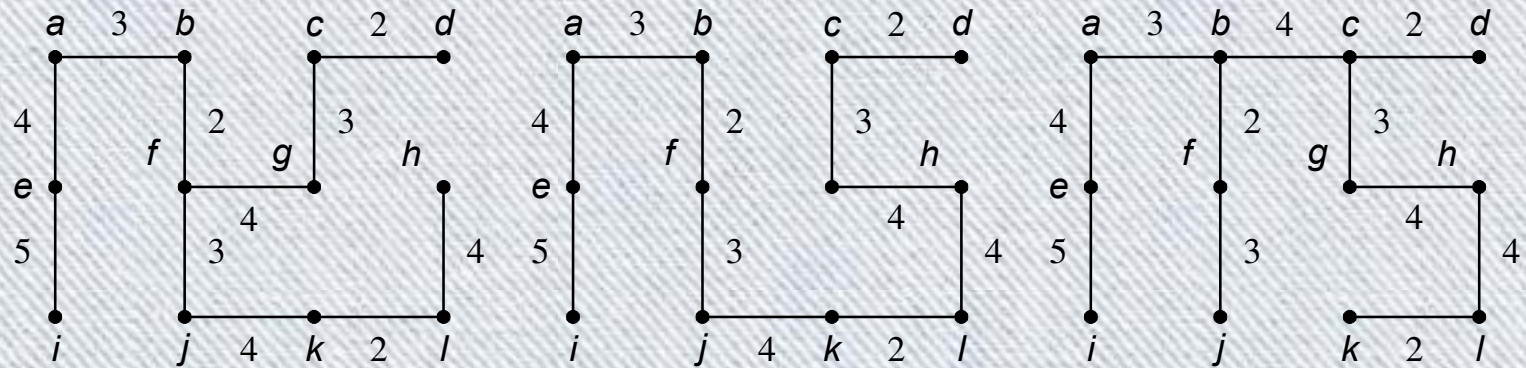




Contoh:



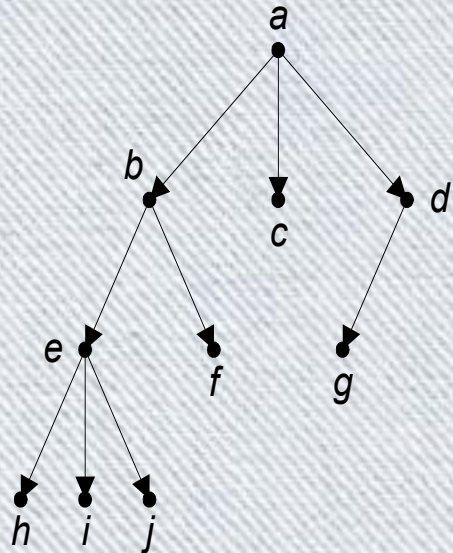
Tiga buah pohon merentang minimumnya:



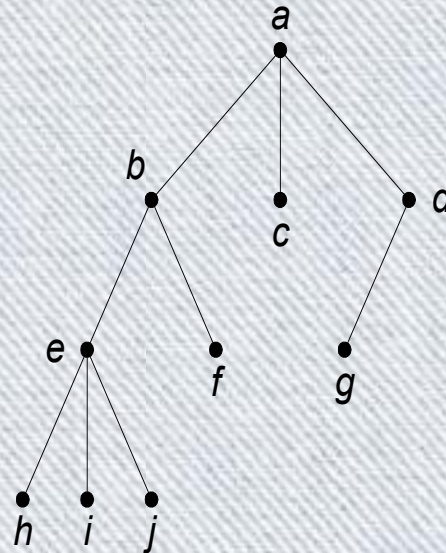
Bobotnya sama yaitu = 36

# Pohon berakar (*rooted tree*)

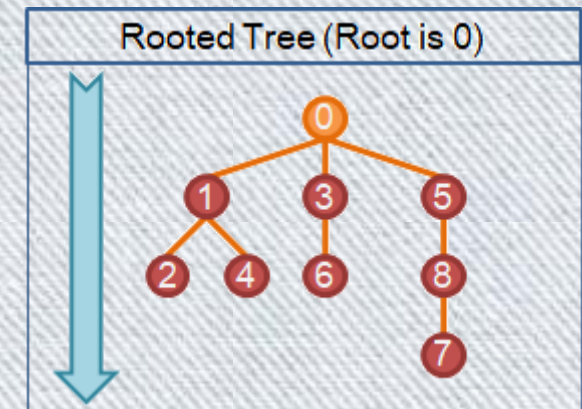
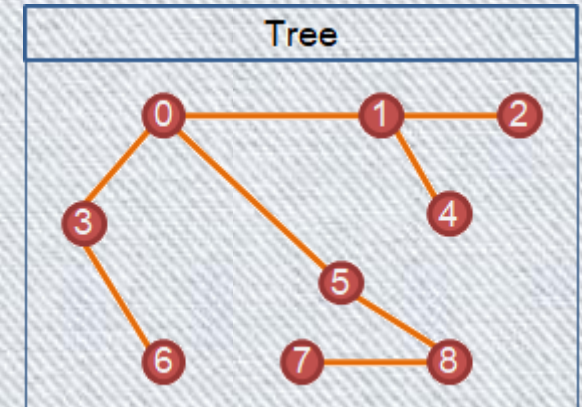
- Pohon yang satu buah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah sehingga menjadi graf berarah dinamakan **pohon berakar** (*rooted tree*).



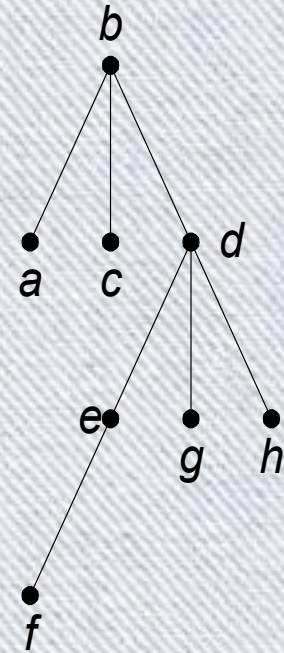
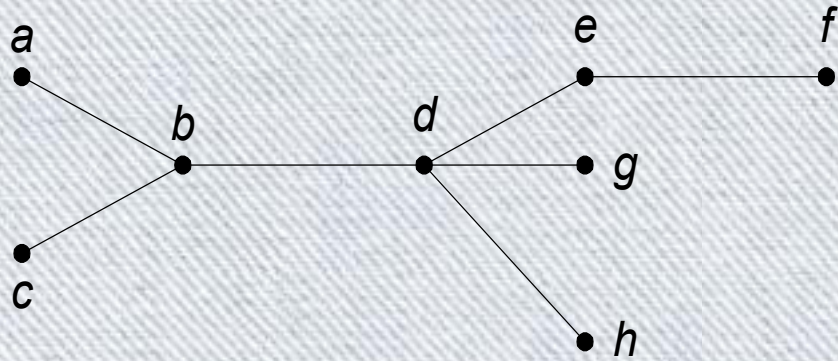
(a) Pohon berakar



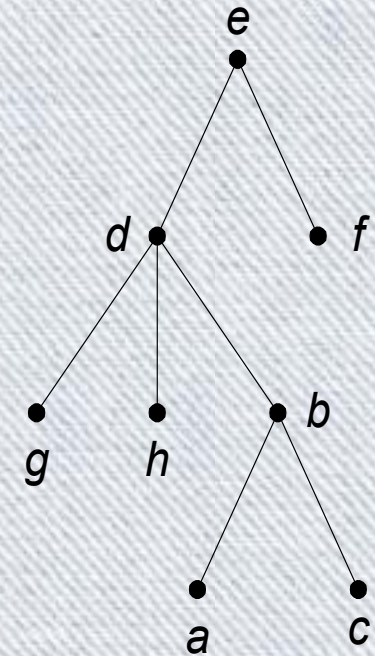
(b) sebagai perjanjian, tanda panah pada sisi dapat dibuang







*b* sebagai akar



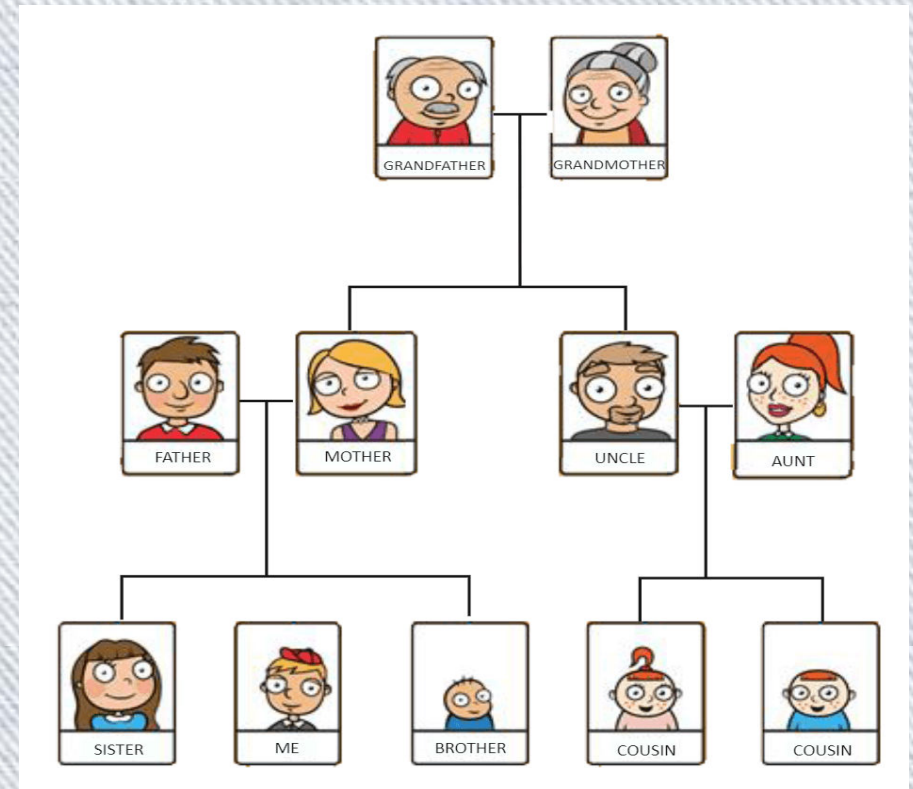
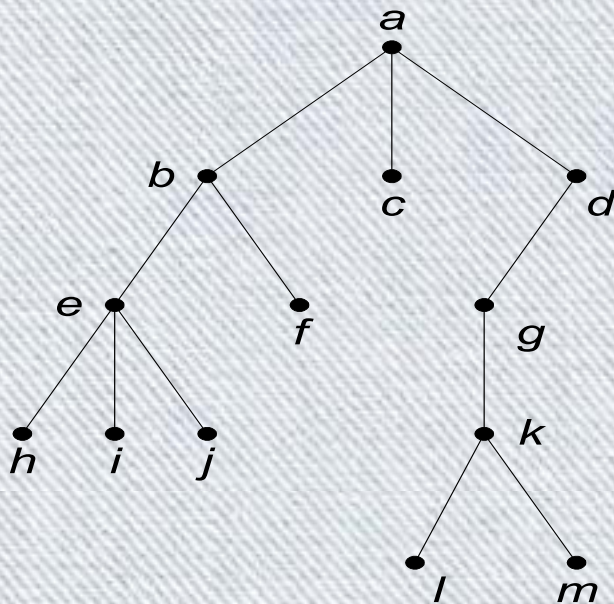
*e* sebagai akar

Pohon dan dua buah pohon berakar yang dihasilkan dari pemilihan dua simpul berbeda sebagai akar

# Terminologi pada Pohon Berakar

## 1. Anak (*child* atau *children*) dan Orangtua (*parent*)

$b$ ,  $c$ , dan  $d$  adalah anak-anak simpul  $a$ ,  
 $a$  adalah orangtua dari anak-anak itu





## 2. Lintasan (*path*)

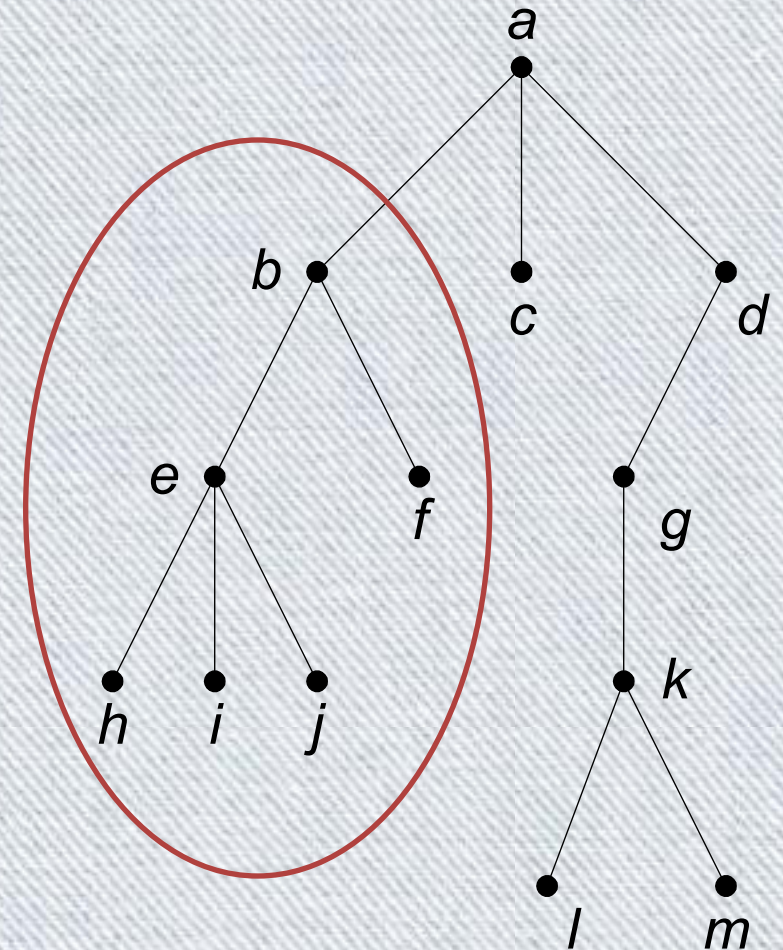
Lintasan dari  $a$  ke  $j$  adalah  $a, b, e, j$ .

Panjang lintasan dari  $a$  ke  $j$  adalah 3.

## 3. Saudara kandung (*sibling*)

$f$  adalah saudara kandung  $e$ , tetapi  $g$  bukan saudara kandung  $e$ , karena orangtua mereka berbeda.

## 4. Subpohon (*subtree*)



## 5. Derajat (*degree*)

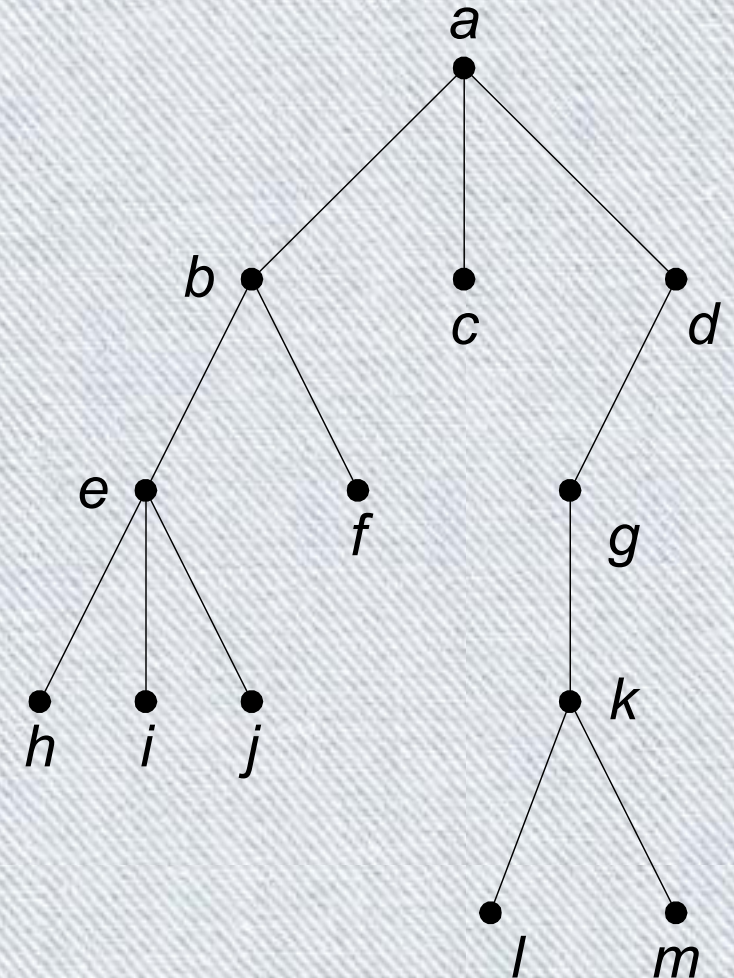
**Derajat** sebuah simpul adalah jumlah subpohon (atau jumlah anak) pada simpul tersebut.

Derajat *a* adalah 3, derajat *b* adalah 2,

Derajat *d* adalah satu dan derajat *c* adalah 0.

Jadi, derajat yang dimaksudkan di sini adalah derajat-keluar.

Derajat maksimum dari semua simpul merupakan derajat pohon itu sendiri. Pohon di samping berderajat 3



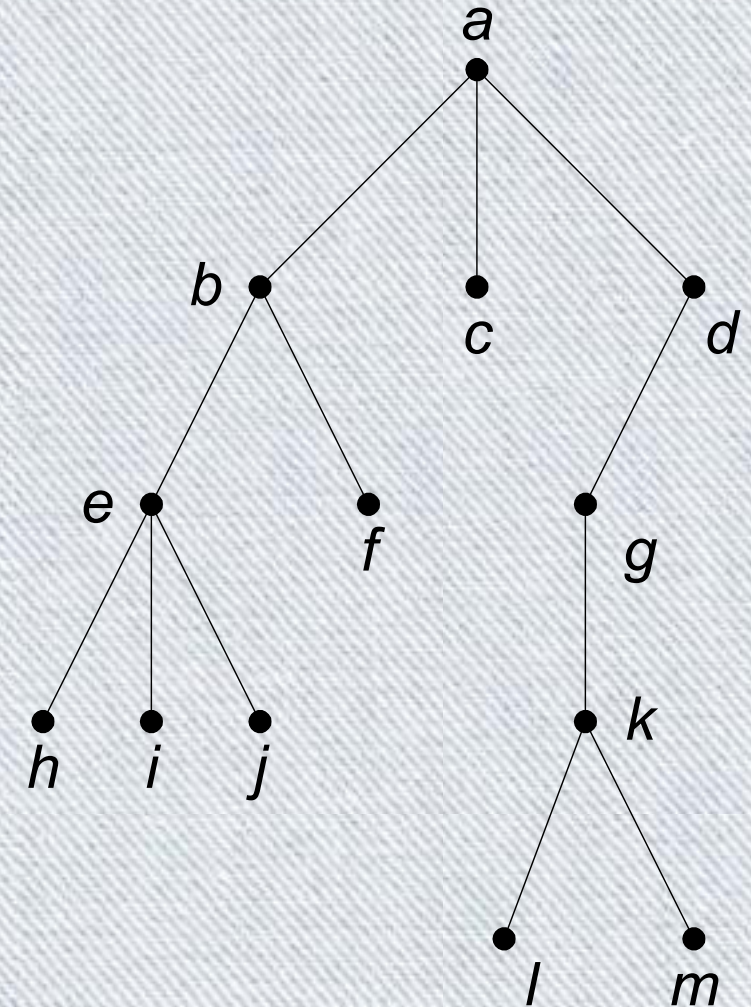


## 6. Daun (*leaf*)

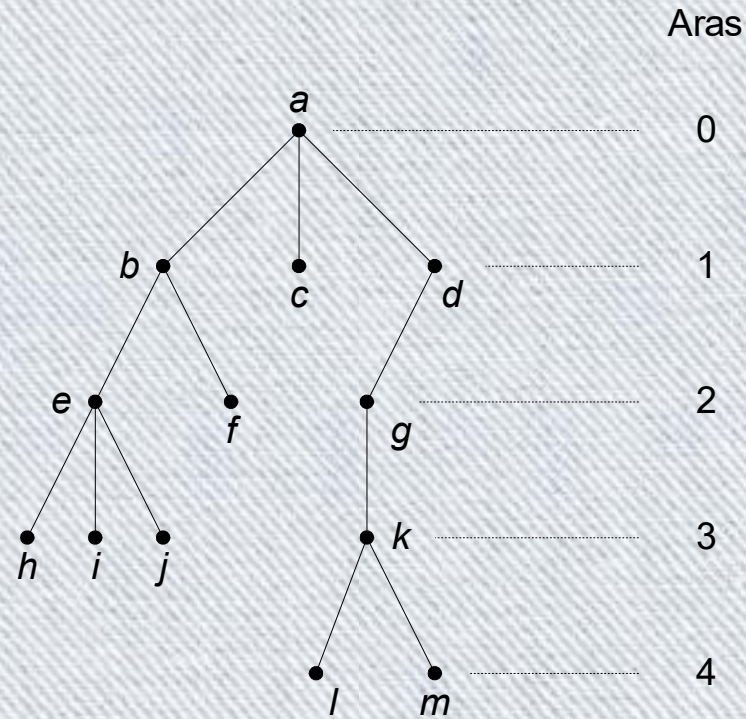
Simpul yang berderajat nol (atau tidak mempunyai anak) disebut **daun**. Simpul *h*, *i*, *j*, *f*, *c*, *l*, dan *m* adalah daun.

## 7. Simpul Dalam (*internal nodes*)

Simpul yang mempunyai anak disebut **simpul dalam**. Simpul *b*, *d*, *e*, *g*, dan *k* adalah simpul dalam.



## 8. Aras (*level*) atau Tingkat



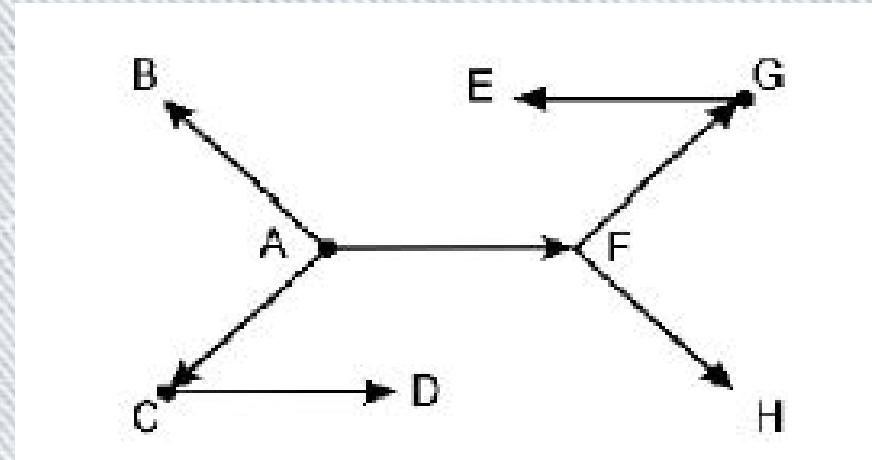
## 9. Tinggi (*height*) atau Kedalaman (*depth*)

Aras maksimum dari suatu pohon disebut **tinggi** atau **kedalaman** pohon tersebut. Pohon di atas mempunyai tinggi 4.

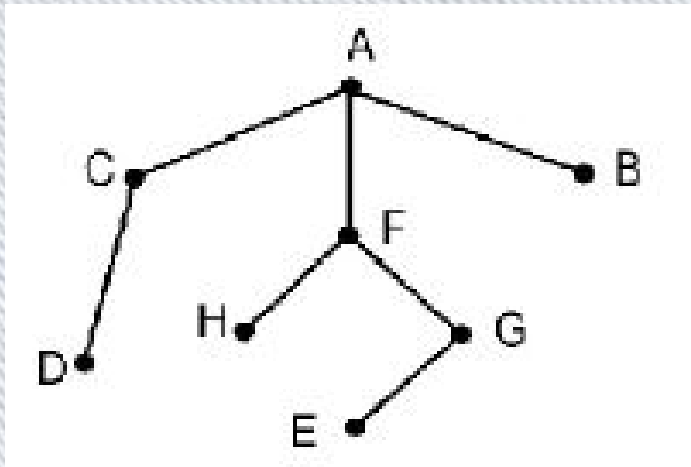


## Contoh

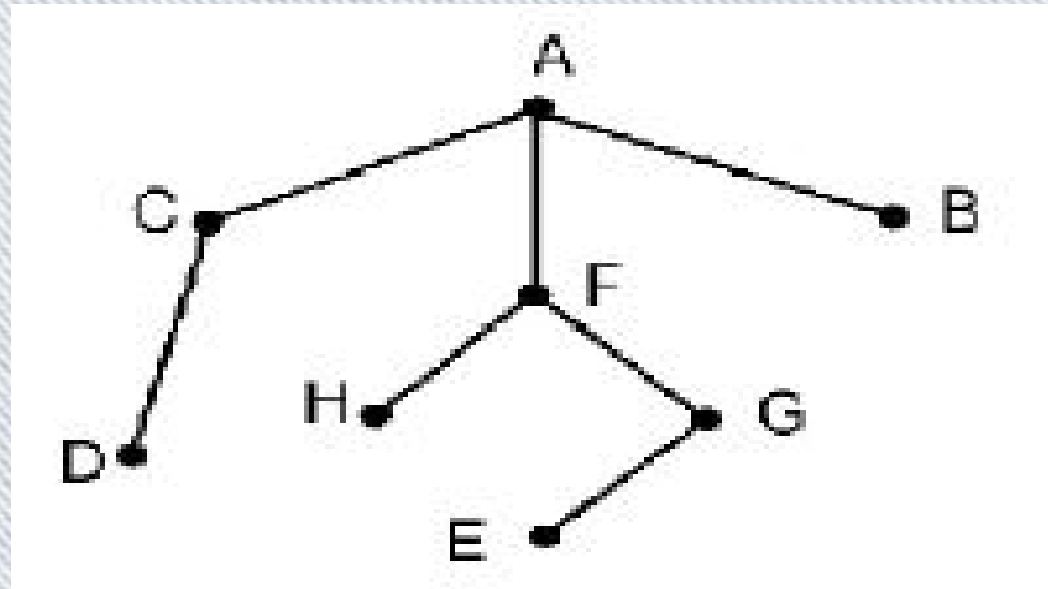
Diberikan graf berarah sebagai berikut;



Apabila arahnya diabaikan akan menjadi



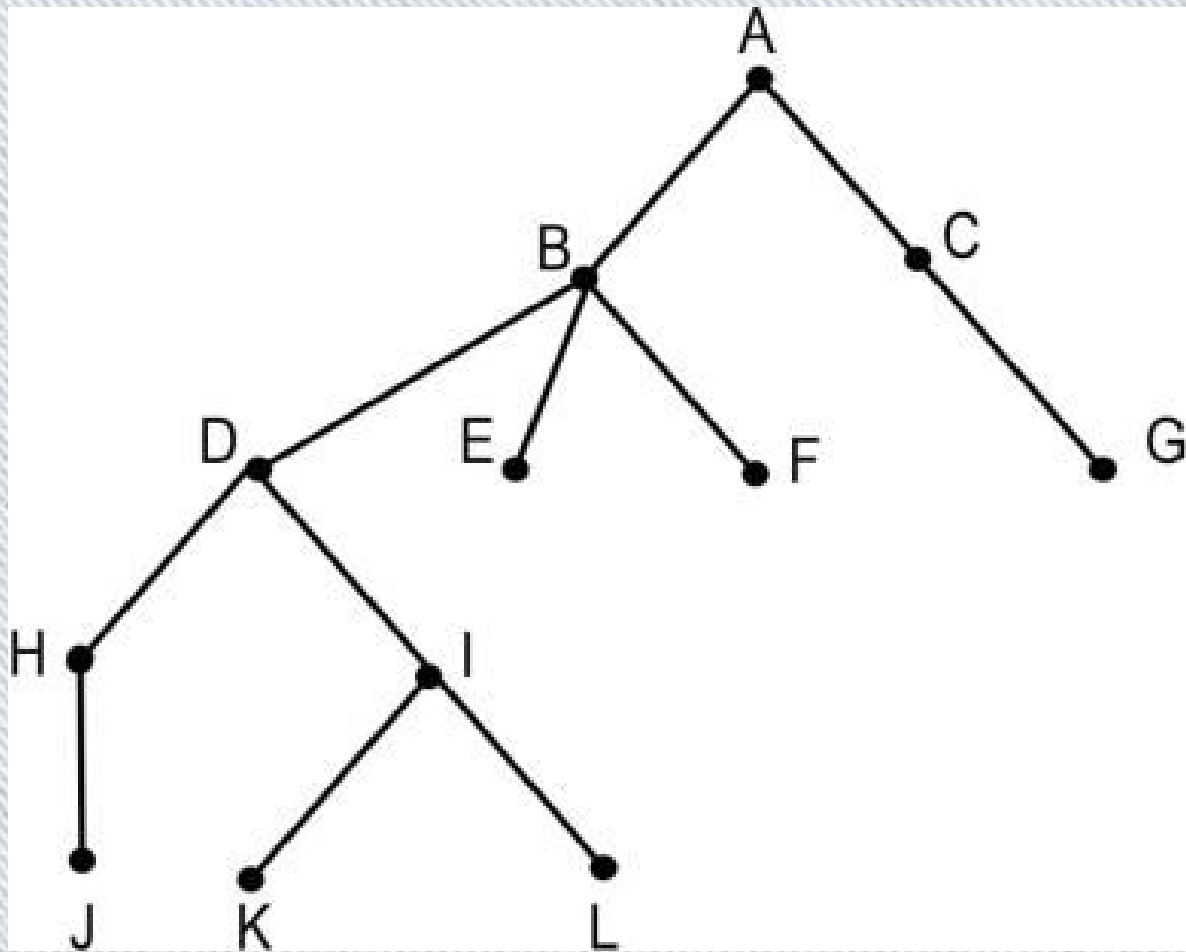
Pohon berakar dengan akar A



Titik-titik D, H, E, dan B disebut ***titik terminal***, yaitu titik dengan derajat keluar 0. Sedangkan titik-titik A, C, F, dan G disebut ***titik internal***, yaitu titik yang memiliki derajat keluar yang tidak nol.



# Latihan



Tuliskan :

- Akarnya
- Titik internalnya
- Titik terminalnya
- Orang tua G
- Anak B
- Keturunan D
- Nenek moyang H

